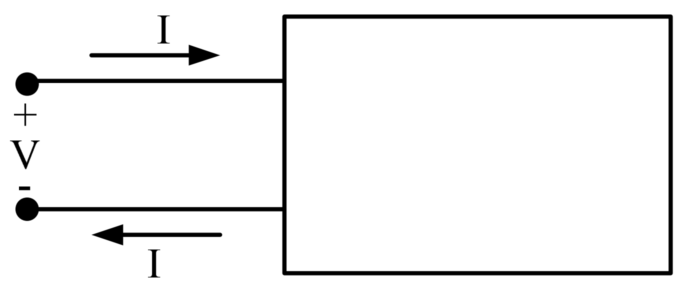
BAB 6
RANGKAIAN KUTUB EMPAT

Oleh :

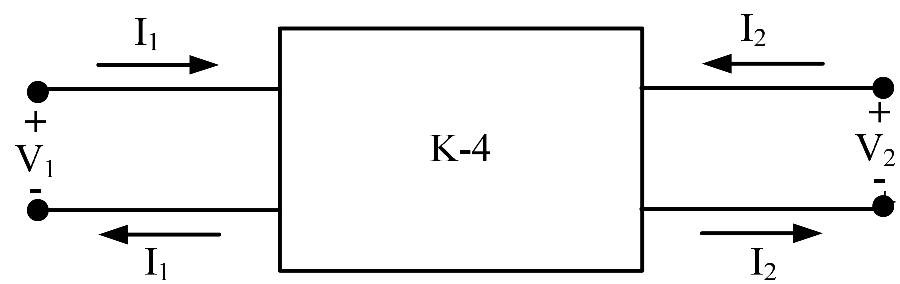
Ir. A.Rachman Hasibuan dan

Naemah Mubarakah, ST

6.1 Pendahuluan



Gambar 6.1 Rangkaian kutub dua

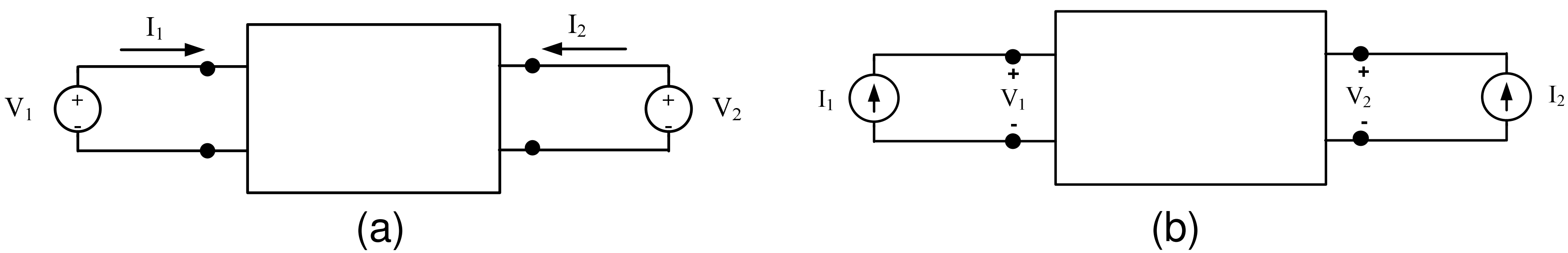


Gambar 6.2 Rangkaian kutub empat

Rangakaian kutub empat (K-4) adalah suatu rangkaian yang memiliki sepasang terminal pada sisi input dan sepasang terminal pada sisi output (transistor, op amp, transformator dan lainnya)

6.2 Parameter Impedansi "z"

Parameter impedansi "z" ini pada umumnya banyak dipergunakan dalam sintesa filter, dan juga dalam penganalisaan jaringan *impedance matching* dan juga pada distribusi sistem tenaga.



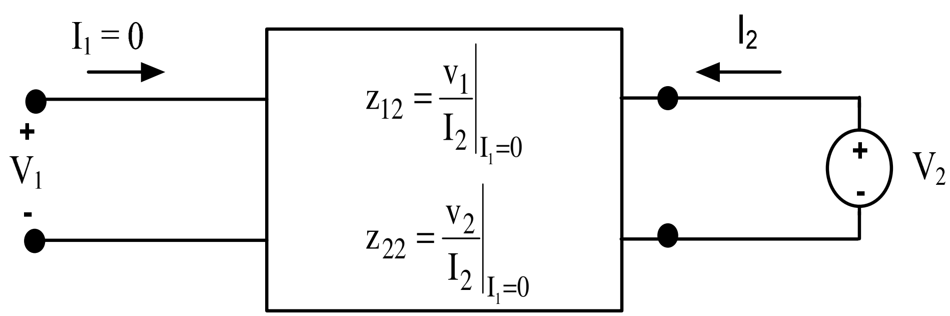
Gambar 6.3 (a) Rangkaian kutub empat dengan sumber tegangan ;
(b) Rangkaian kutub empat dengan sumber arus

Adapun bentuk matriks hubungan tegangan dalam parameter impedansi 'z' ini adalah :

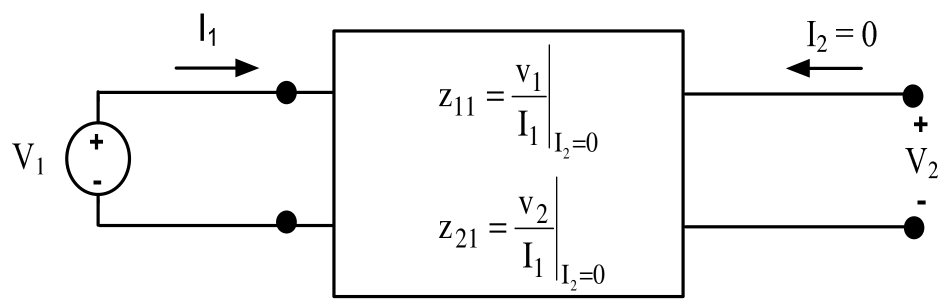
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

dengan determinan impedansi dari parameter "z" :

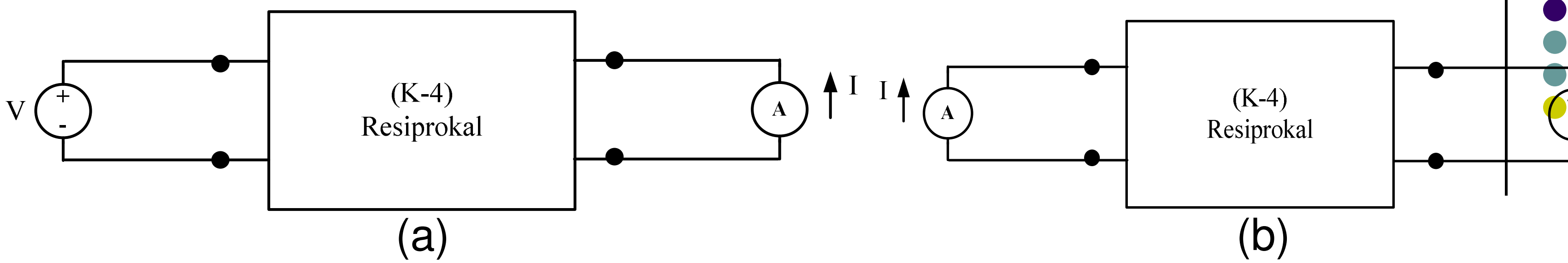
$$\Delta z = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{vmatrix} = z_{11}.z_{22} - z_{12}.z_{21}$$



Gambar 6.4 Rangkaian untuk menentukan parameter-parameter z_{12} dan z_{22}

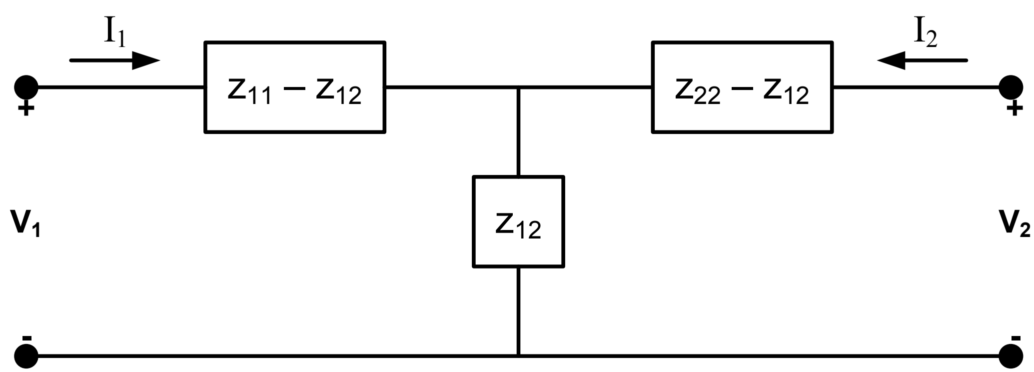


Gambar 6.5 Rangkaian untuk menentukan parameter-parameter z_{11} dan z_{21}



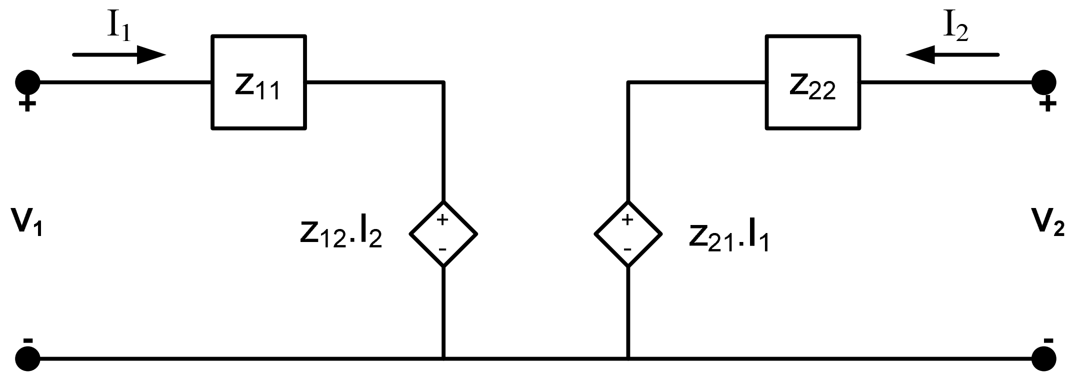
Gambar 6.6 Rangkaian resiprokal (a) ammeter di terminal kiri ; (b) ammeter di terminal kanan

Suatu rangkaian kutub empat yang bersifat resiprokal dapat digantikan dengan rangkaian ekivalen dengan hubungan T.



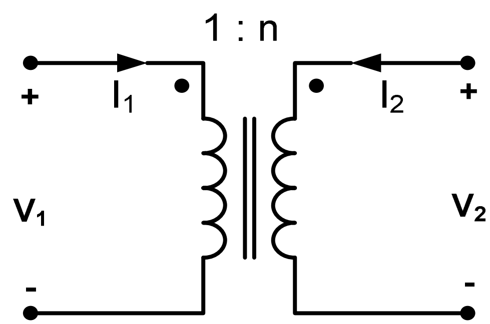
Gambar 6.7 Rangkaian ekivalen parameter "z" yang bersifat resiprokal

Untuk rangkaian kutub empat dengan parameter “z” secara umum rangkaian ekivalennya adalah sebagai berikut :



Gambar 6.8 Bentuk umum rangkaian ekivalen parameter “z”

Pada beberapa rangkaian terkadang tidak dapat dicari parameter “z” dari rangkaian kutub empat-nya



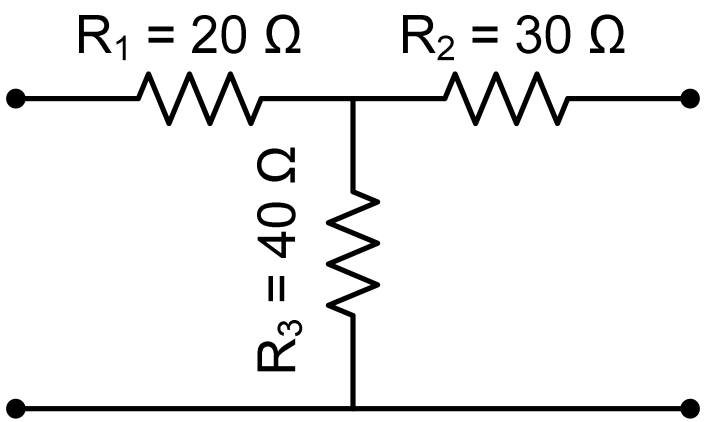
Gambar 6.9 Transformator ideal tidak memiliki parameter “z”

Adapun persamaan kutub empat untuk rangkaian transformator ideal Gambar 6.9, adalah :

$$V_1 = \frac{1}{n}.V_2 \quad \text{dan} \quad I_1 = -n.I_2$$

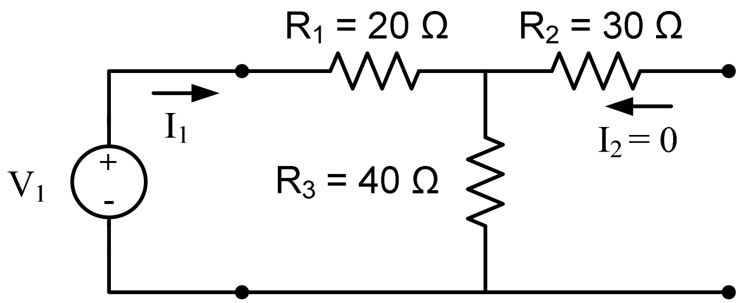
<u>Contoh :</u>

Carilah parameter “z” dari rangkaian di bawah ini :



<u>Jawab :</u>

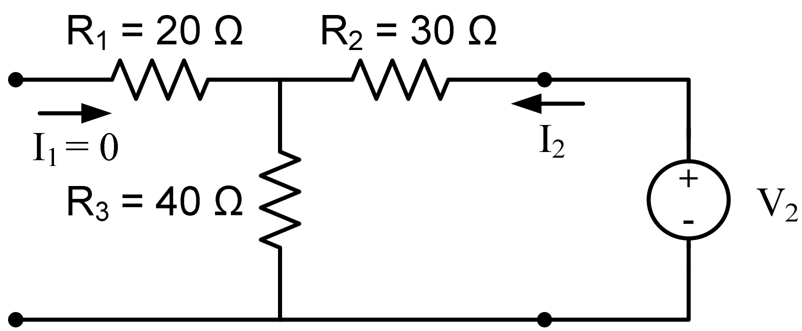
Untuk mendapatkan z_{11} dan z_{21}, maka pasangkan sumber tegangan V_1 pada terminal input dan terminal output terbuka.



$$z_{11} = \left.\frac{v_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{(R_1 + R_3).I_1}{I_1} = (R_1 + R_3) = 20 + 40 = 60\ \Omega$$

$$z_{21} = \left.\frac{v_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{R_3.I_1}{I_1} = \frac{40.I_1}{I_1} = 40\ \Omega$$

Untuk mencari z_{12} dan z_{22}, maka V1 dibuka dan sumber tegangan V_2 dipasangkan pada terminal output, sehingga rangkaian menjadi :



$$z_{12} = \left.\frac{v_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{R_3.I_2}{I_2} = R_3 = 40\ \Omega$$

$$z_{22} = \left.\frac{v_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{(R_2 + R_3).I_2}{I_2} = (R_2 + R_3) = 30 + 40 = 70\ \Omega$$

6.3 Parameter Admitansi “y”

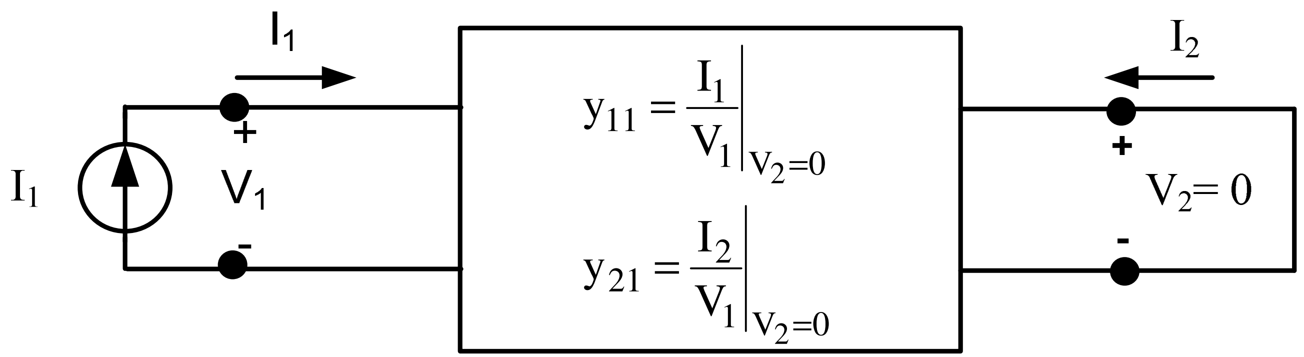
Parameter admitansi “y” juga pada umumnya banyak dipergunakan dalam sitesa filter, perencanaan penganalisaan *matching network* dan distrubusi sitem tenaga.

Bentuk matriks hubungan tegangan dalam parameter impedansi ‘y’ ini adalah :

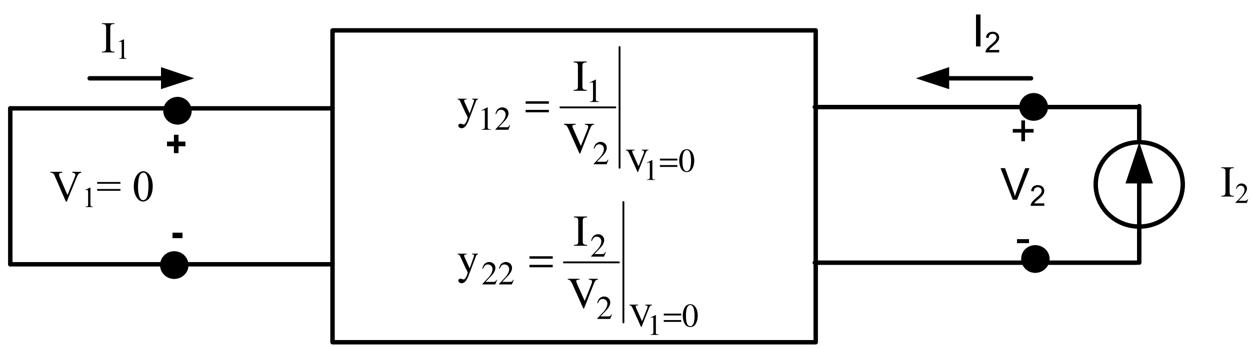
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

dimana sebagai determinan admitansi dari parameter “y”

$$\Delta y = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix} = y_{11} . y_{22} - y_{12} . y_{21}$$

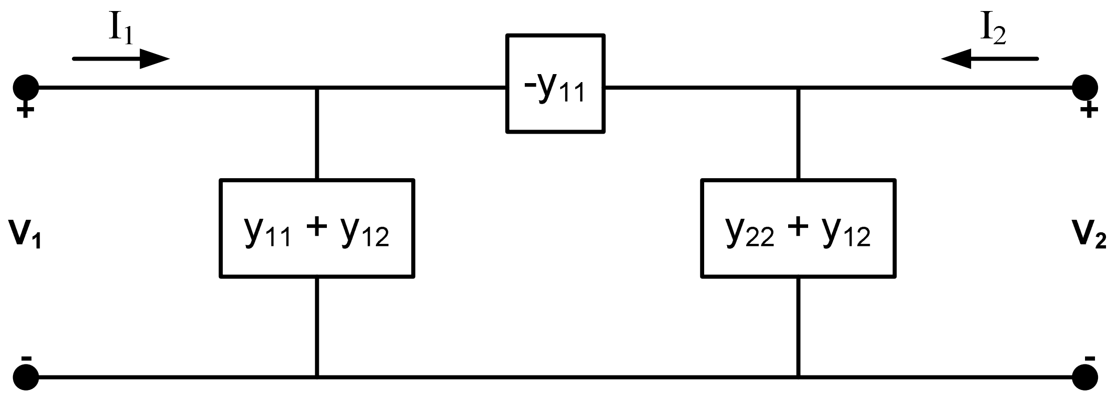


Gambar 6.10 Rangkaian untuk menentukan y_{11} dan y_{21}

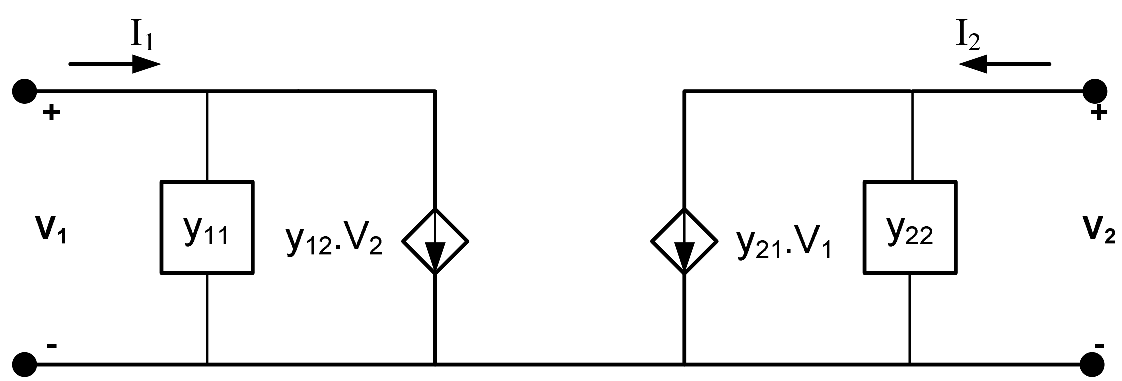


Gambar 6.11 Rangkaian untuk menentukan y_{12} dan y_{22}

Untuk kutub empat parameter “y” yang resiprokal, maka rangkaian ekivalennya (khusus yang resiprokal) merupakan rangkaian Π.



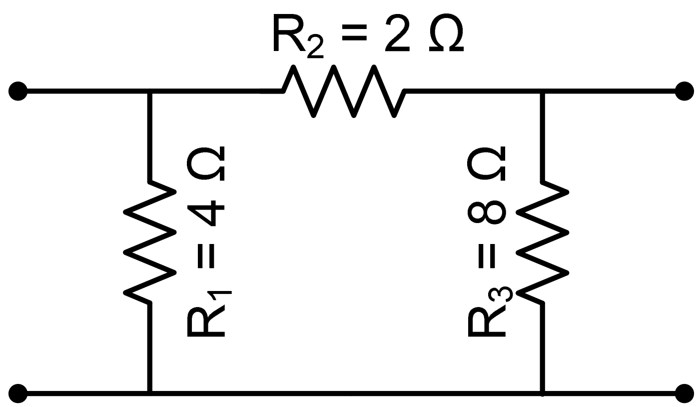
Gambar 6.12 Bentuk Rangkaian Π sebagai ekivalen untuk parameter “y” yang resiprokal



Gambar 6.13 Rangkaian ekivalen untuk parameter “y” secara umum

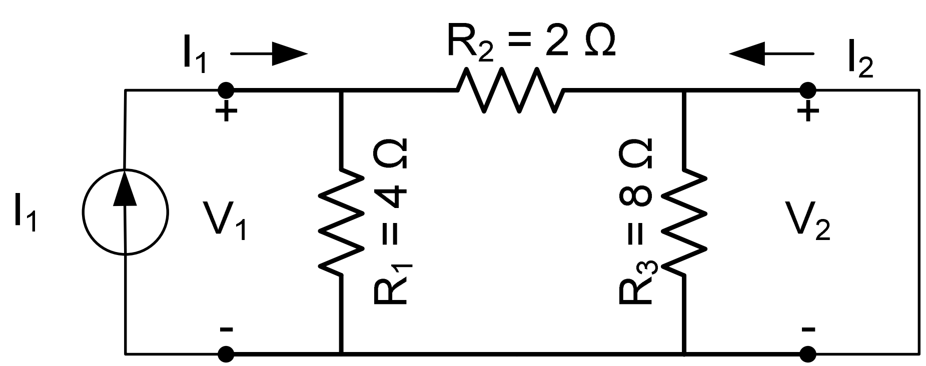
Contoh :

Hitunglah parameter-parameter “y” dari rangkaian di bawah ini:



Jawab :

Untuk mencari y_{11} dan y_{21} maka hubung singkat terminal output dan pasangkan sumber arus I_1 pada terminal input.



dari rangkaian terlihat bahwa :

$$R_{p1} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4.2}{4+2} = \frac{4}{3}\ \Omega \quad \text{dan} \quad V_1 = I_1.R_{p1} = \frac{4}{3} I_1$$

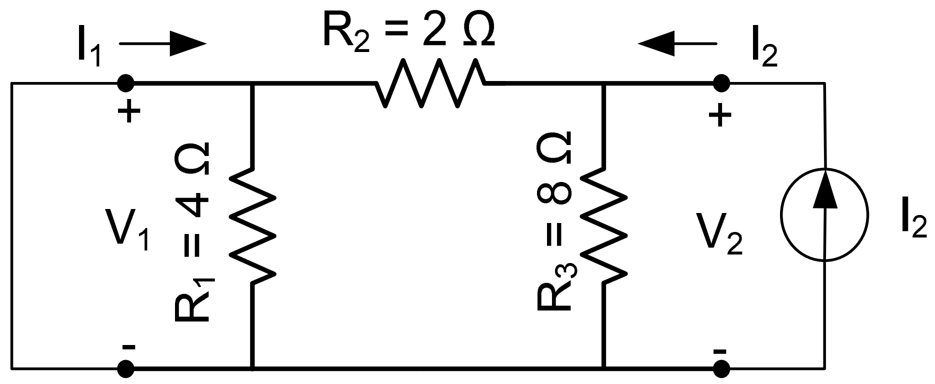
$$-I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ x } I_1 = \frac{4}{4+2} \text{ x } I_1 = \frac{2}{3} I_1 \quad \text{atau} \rightarrow I_2 = -\frac{2}{3} I_1$$

maka :

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{I_1}{\frac{4}{3} I_1} = \frac{3}{4}\ S$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{-\frac{2}{3} I_1}{\frac{4}{3} I_1} = -\frac{1}{2}\ S$$

Untuk mendapatkan y_{12} dan y_{22} maka hubung singkat terminal input dan pasangkan sumber arus I_2 pada terminal output.



dari rangkaian terlihat bahwa :

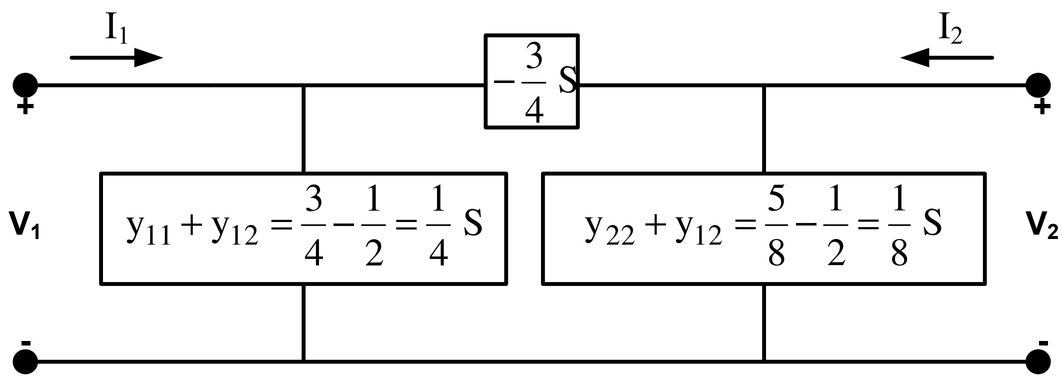
$$R_{p2} = \frac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2.8}{2+8} = \frac{8}{5}\ \Omega \qquad \text{dan} \qquad V_2 = I_2 . R_{p2} = \frac{8}{5} I_2$$

$$-I_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \times I_2 = \frac{8}{2+8} \times I_2 = \frac{4}{5} I_2 \quad \text{atau} \rightarrow I_1 = -\frac{4}{5} I_2$$

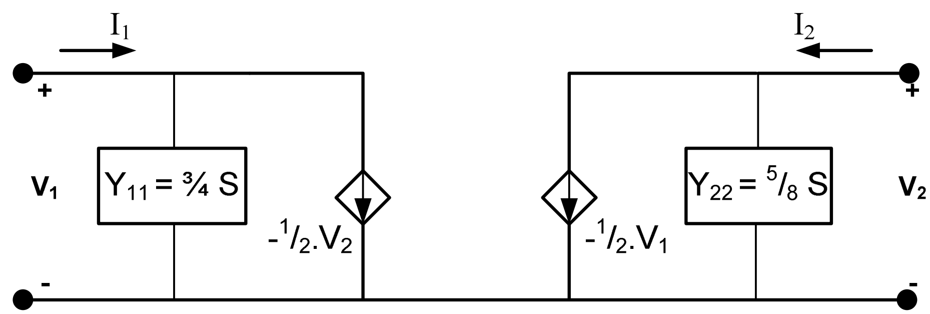
maka :

$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{I_2}{\frac{8}{5}I_2} = \frac{5}{8}\ \mathrm{S} \quad \text{dan} \quad y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{-\frac{4}{5}I_2}{\frac{8}{5}I_2} = -\frac{1}{2}\ \mathrm{S}$$

ternyata $y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{2}\ \mathrm{S}$, maka rangkaian merupakan rangkaian yang resiprokal, dimana kalau digambarkan rangkaian ekivelennya (khusus resiprokal) adalah :



Rangkaian ekivalen secara umum :



6.4 Parameter "h"

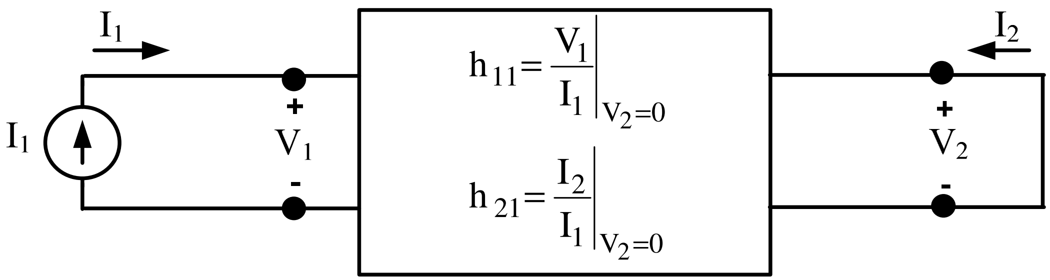
Parameter "h" ini sering juga disebut dengan parameter Hibrid (*Hybrid parameters*), parameter ini mengandung sifat-sifat dari parameter "z" dan "y".

Bentuk persamaan matriks dari parameter "h" ini adalah :

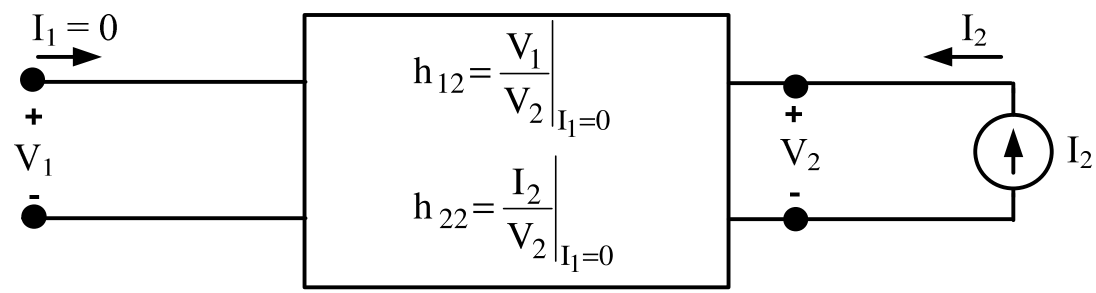
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

sebagai determinan dari parameter "h"

$$\Delta h = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} = h_{11}.h_{22} - h_{12}.h_{21}$$

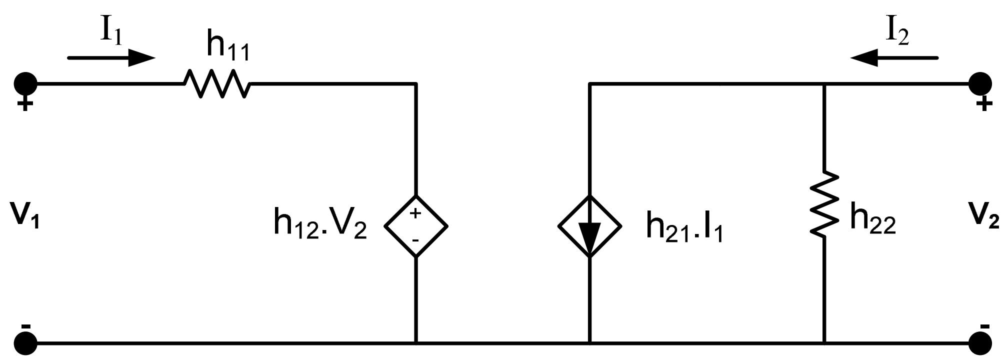


Gambar 6.14 Rangkaian untuk mencari h_{11} dan h_{21}



Gambar 6.15 Rangkaian untuk mencari h_{12} dan h_{22}

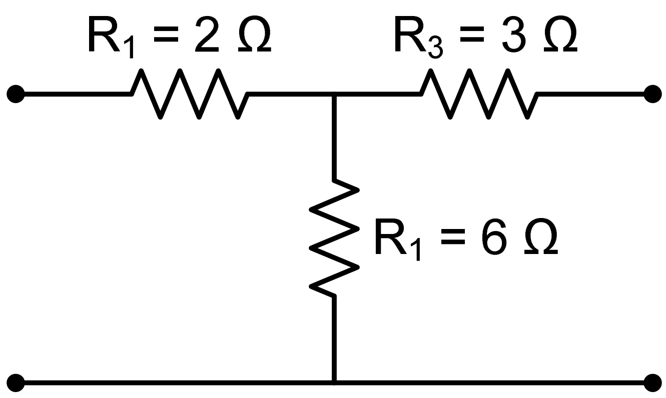
Apabila $h_{12} = -h_{21}$ maka rangkaian kutub empat disebut sebagai rangkaian kutub empat yang resiprokal yang rangkaian ekivalennya adalah :



Gambar 6.16 Bentuk ekivalen dari parameter 'h"

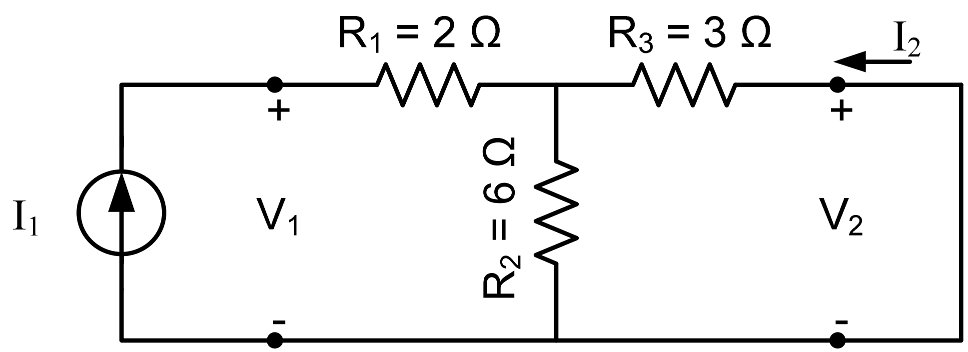
Contoh :

Hitunglah parameter-parameter “h” dari rangkaian di bawah ini :



Jawab :

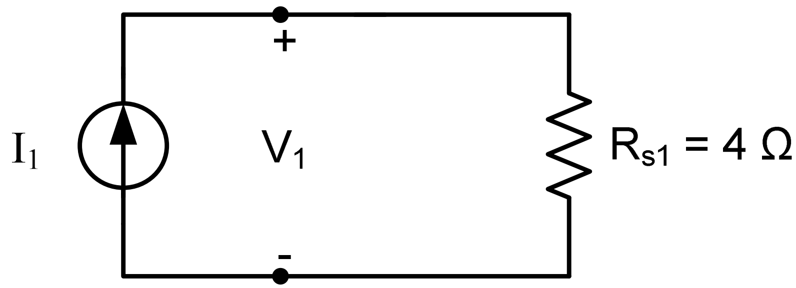
Untuk mencari h_{11} dan h_{21}, maka hubung singkat terminal output dan pasangkan sumber arus I_1 pada terminal input.



dari rangkaian ini terlihat bahwa :

$$R_{p1} = \frac{R_2.R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \times 3}{6+3} = 2\ \Omega \quad \text{dan} \quad R_{s1} = R_1 + R_{p1} = 2 + 2 = 4\ \Omega$$

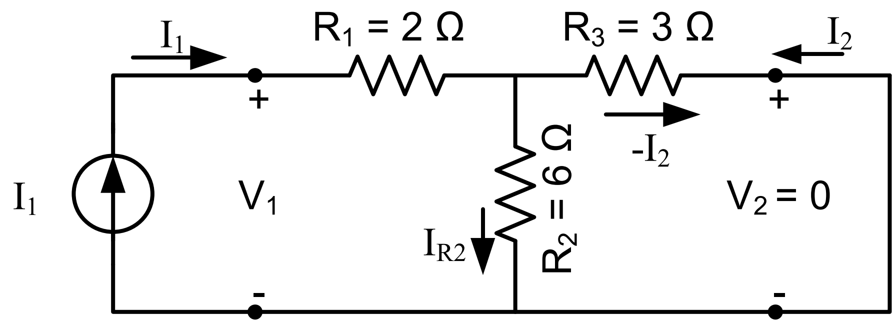
Maka rangakain pengganti :



Maka :

$$V_1 = R_{s1}.I_1 = 4.I_1 \longrightarrow h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{4I_1}{I_1} = 4\ \Omega$$

dengan pembagian arus :



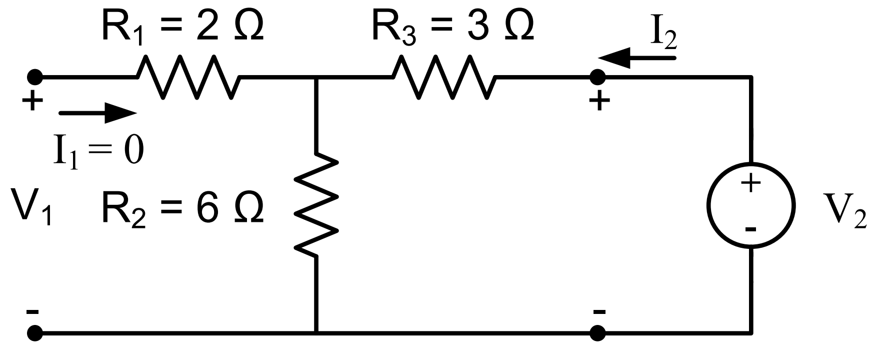
dari rangkaian ini terlihat bahwa :

$$-I_2 = \frac{R_2.I_1}{R_2 + R_3} = \frac{6.I_1}{6+3} = \frac{2}{3} I_1 \quad \rightarrow \quad I_2 = -\frac{2}{3} I_1$$

sehingga :

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{-\frac{2}{3}.I_1}{I_1} = -\frac{2}{3}$$

Selanjutnya untuk mencari h_{12} dan h_{22}, maka terminal input dibuka dan pasangkan sumber tegangan V_2 pada terminal output.



maka menurut rangkaian pembagi tegangan :

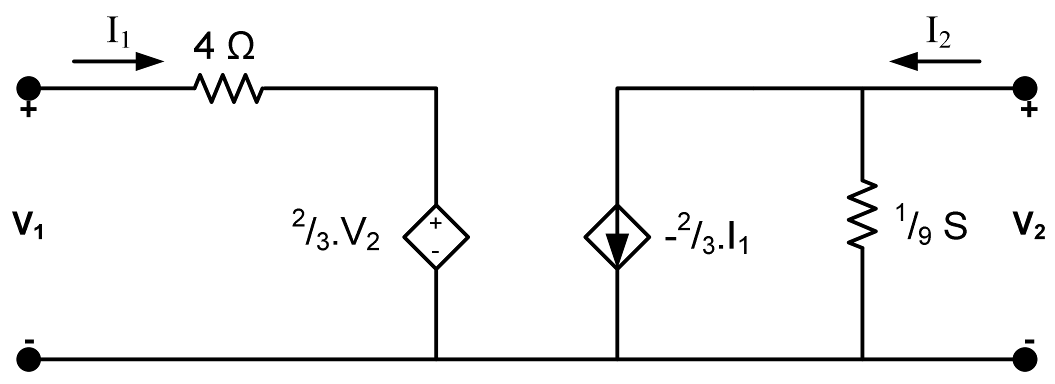
$$V_1 = \frac{R_2}{R_2 + R_3}.V_2 = \frac{6}{6+3}.V_2 = \frac{2}{3}.V_2$$

$$V_2 = (R_2 + R_3).I_2 = (6+3).I_2 = 9.I_2$$

sehingga :

$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{\frac{2}{3}.V_2}{V_2} = \frac{2}{3} \quad \text{dan} \quad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{I_2}{9.I_2} = \frac{1}{9}S$$

kalau digambarkan rangkaian ekivalennya :



6.5 Parameter “g”

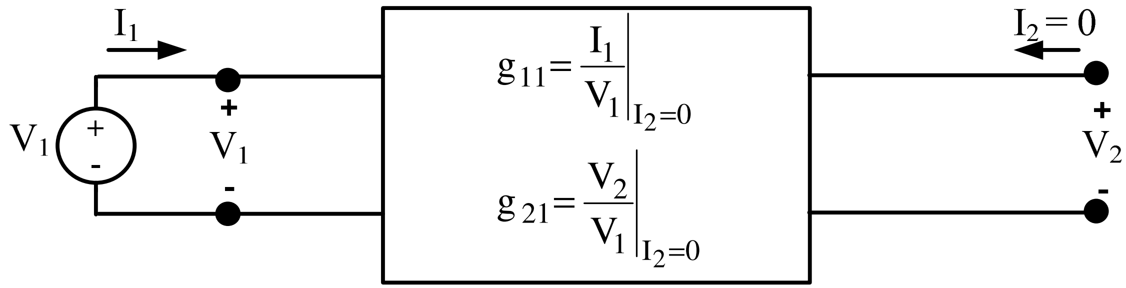
Parameter “g” sering juga disebut sebagai kebalikan / invers dari parameter “h”

Bentuk persamaan matriks dari parameter “g” ini adalah :

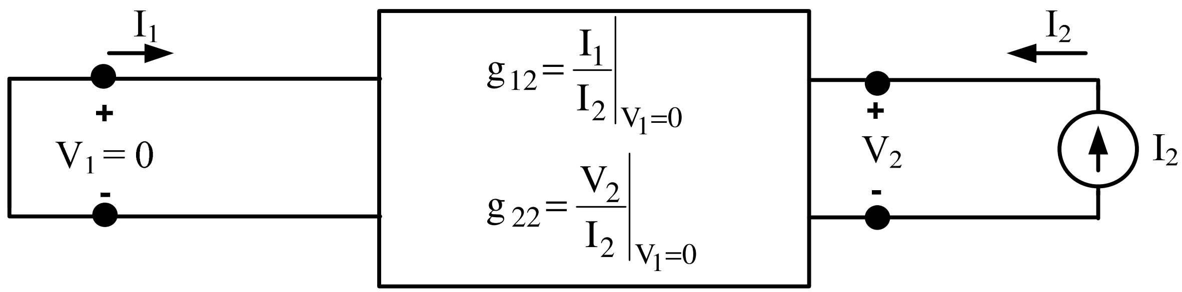
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

sebagai determinan dari parameter “g” :

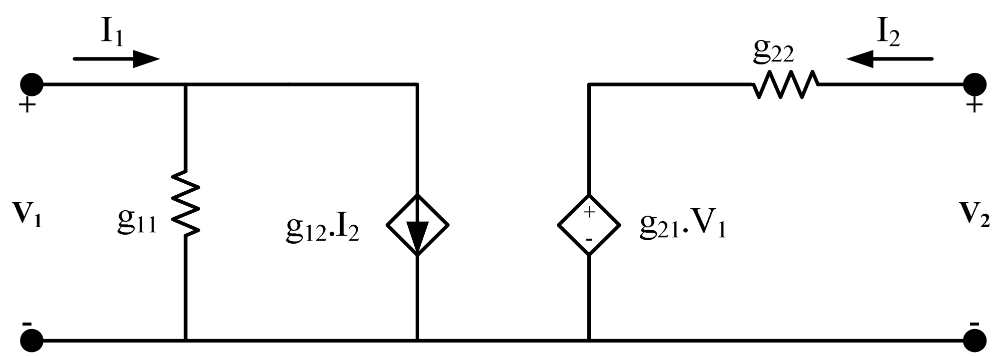
$$\Delta g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} = g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21}$$



Gambar 6.17 Rangkaian untuk menentukan harga-harga g_{11} dan g_{21}



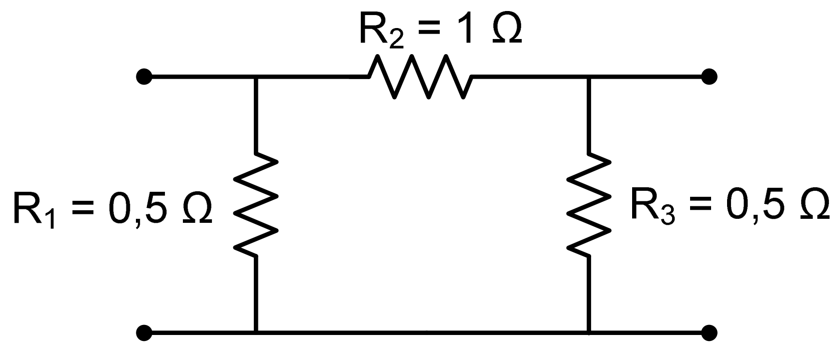
Gambar 6.18 Rangkaian untuk menentukan harga-harga g_{12} dan g_{22}



Gambar 6.19 Bentuk ekivalen dari parameter “g”

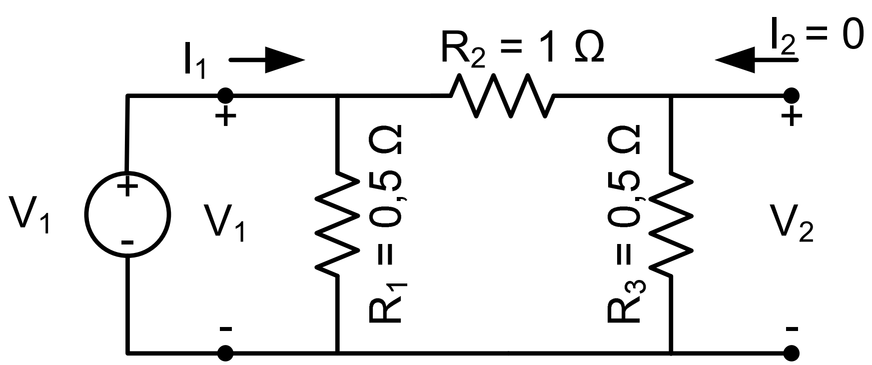
Contoh :

Carilah parameter “g” dari rangkaian berikut ini :



Jawab :

Untuk mencari g_{11} dan g_{21} pasang pada sumber tegangan V_1 pada terminal input sedangkan terminal output terbuka.



dari rangkaian ini terlihat bahwa :

$$R_{s1} = R_2 + R_3 = 1 + 0{,}5 = 1{,}5\,\Omega \longrightarrow R_{p1} = \frac{R_1.R_{s1}}{R_1 + R_{s1}} = \frac{0{,}5 \text{ x } 1{,}5}{0{,}5 + 1{,}5} = \frac{0{,}75}{2} = 0{,}375\,\Omega$$

Maka :

$$I_1 = \frac{V_1}{R_{p1}} = \frac{V_1}{0{,}375} = 2{,}667.V_1$$

Sehingga :

$$g_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{2{,}667.V_1}{V_1} = 2{,}667 \text{ S}$$

Karena :

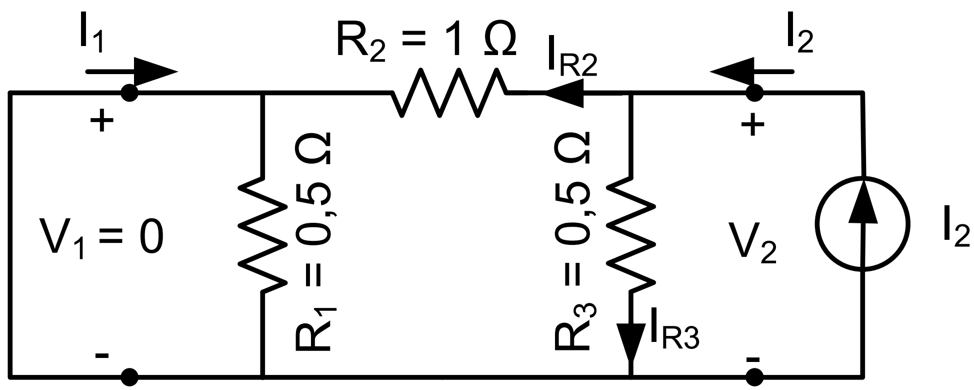
$$I_{R3} = \frac{R_1}{R_1 + R_{s1}} I_1 = \frac{0{,}5}{0{,}5 + 1{,}5} I_1 = 0{,}25.I_1 \longrightarrow V_2 = I_{R3}.R_3 = 0{,}25.I_1.0{,}5 = 0{,}125.I_1$$

$$I_1 = 2{,}667.V_1 \rightarrow \text{maka : } V_1 = \frac{I_1}{2{,}667} = 0{,}375.I_1$$

Maka :

$$g_{21} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{0{,}125.I_1}{0{,}375.I_1} = 0{,}333$$

Selanjutnya untuk mendapatkan g_{12} dan g_{22}, maka hubung singkat terminal input, sedangkan pada terminal output dipasangkan sumber arus I_2.



Dari rangkaian terlihat :

$$I_{R2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3}.I_2 = \frac{0,5}{1+0,5}.I_2 = 0,333.I_2 = -I_1 \longrightarrow I_1 = -I_{R2} = -0.333.I_2$$

sehingga :

$$g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_1=0} = \frac{-0.333.I_2}{I_2} = -0,333$$

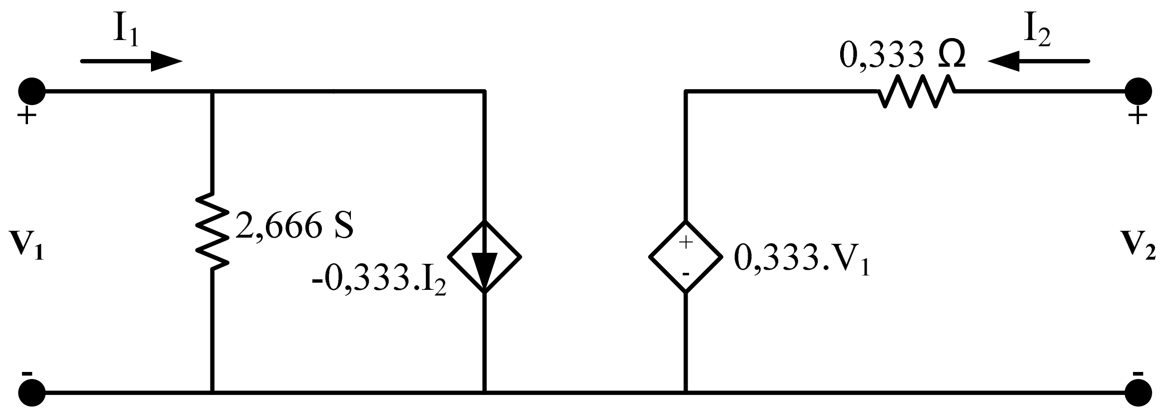
dari rangkaian juga terlihat bahwa R_2 paralel R_3 atau :

$$R_p = \frac{R_2.R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1 x 0{,}5}{1 + 0{,}5} = 0{,}333\ \Omega \quad \longrightarrow \quad V_2 = R_{p.}I_2 = 0.333.I_2$$

sehingga :

$$g_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0} = \frac{0{,}333 I_2}{I_2} = 0{,}333\ \ \Omega$$

Kalau digambarkan rangkaian ekivalennya :



6.6 Parameter "ABCD"

Parameter ini sering juga disebut sebagai parameter transmisi (*transmission parameters*).

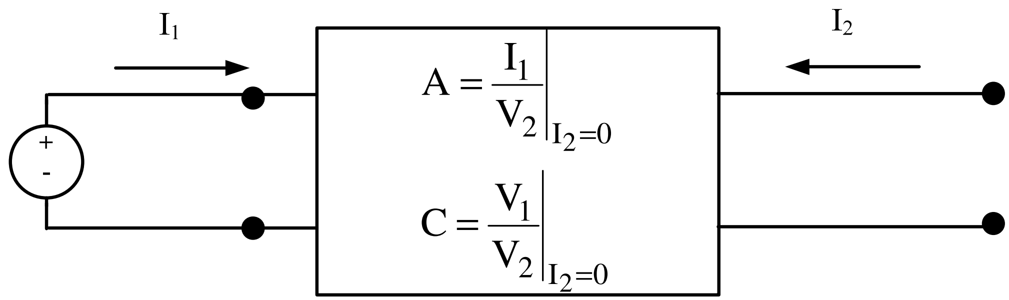
Bentuk persamaan matriks dari parameter "ABCD" ini adalah :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

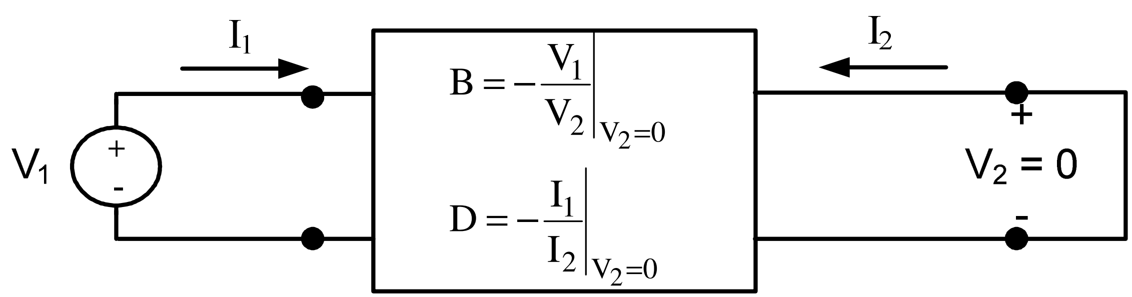
dan sebagai determinan dari parameter "ABCD" adalah :

$$\Delta_{ABCD} = \Delta_T = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC$$

dalam keadaan resiprokal berlaku : $AD - BC = 1$



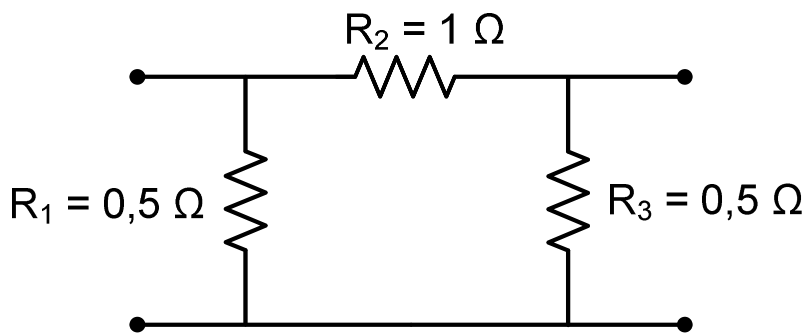
Gambar 6.21. Rangkaian untuk menentuka A dan C dari parameter “ABCD”



Gambar 6.22 Rangkaian untuk menentukan B dan D pada parameter “ABCD”

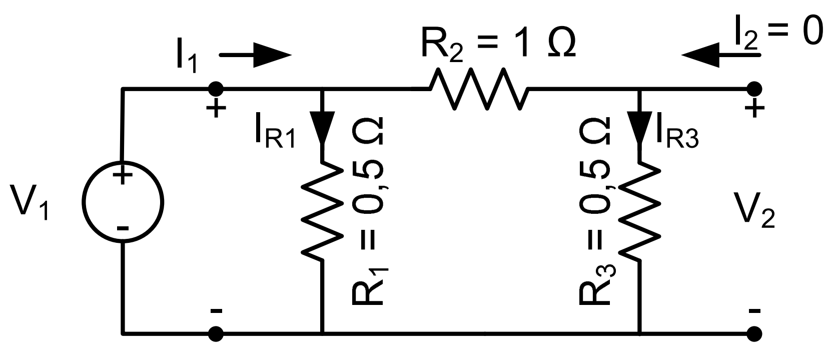
Contoh :

Carilah parameter "ABCD" dari rangkaian di bawah ini :



Jawab :

Untuk menghitung A dan C, pasangkan sumber tegangan V_1 pada terminal input sedangkan terminal output dibuka seperti rangkaian di bawah ini :



dari rangkaian terlihat bahwa :

$$I_{R_1} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.I_1 = \frac{1 + 0,5}{0,5 + 1 + 0,5}.I_1 = 0,75.I_1 \text{ Amp}$$

$$I_{R_3} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}.I_1 = \frac{0,5}{0,5 + 1 + 0,5}.I_1 = 0,25.I_1 \text{ Amp}$$

$$V_1 = R_1.I_{R_1} = 0,5 \text{ x } 0,75.I_1 = 0,375.I_1$$

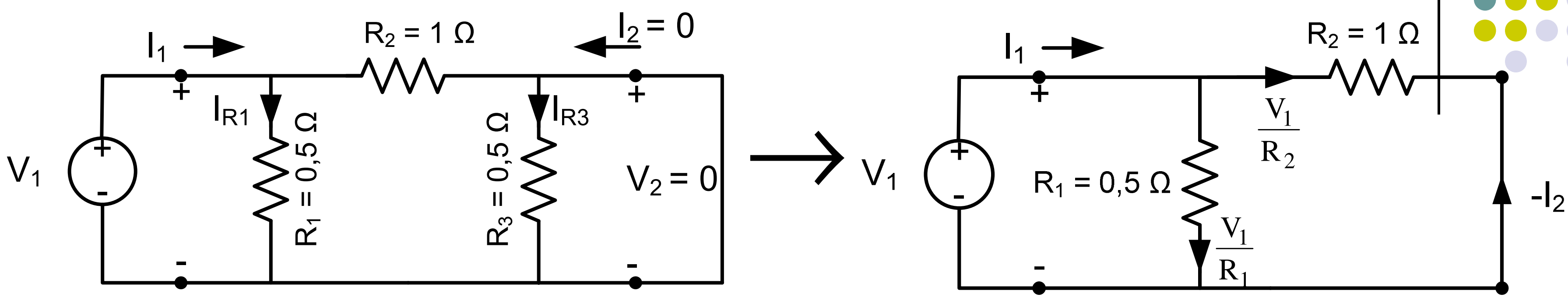
$$V_2 = R_3.I_{R_3} = 0,5 \text{ x } 0,25.I_1 = 0,125.I_1$$

$$I_1 = \frac{V_2}{0,125} = 8.V_2$$

Maka di dapat :

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{0,375.I_1}{0,125.I_1} = 3 \qquad \text{dan} \qquad C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{8.V_2}{V_2} = 8 \text{ S}$$

Untuk mencari B dan D, maka terminal output dihubung singkat, sedangkan V_1 dipasangkan pada terminal input.



dari rangkaian ekivalennya didapat :

$$V_1 = R_2 \, x \, (-I_2) = 1.(-I_2) = -I_2$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = \frac{V_1}{0,5} + \frac{V_1}{1} = 3.V_1$$

$$I_1 = 3.V_1 = 3 \, x \, (-I_2) = -3.I_2$$

Maka di dapat :

$$B = -\left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = -\frac{-I_2}{I_2} = 1 \ \Omega \quad \text{dan} \quad D = -\left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = \frac{-3.I_2}{I_2} = 3$$

6.7 Parameter “abcd”

Parameter “abcd” disebut sebagai inverse dari parameter “ABCD”

Bentuk persamaan matriks dari parameter “ABCD” ini adalah :

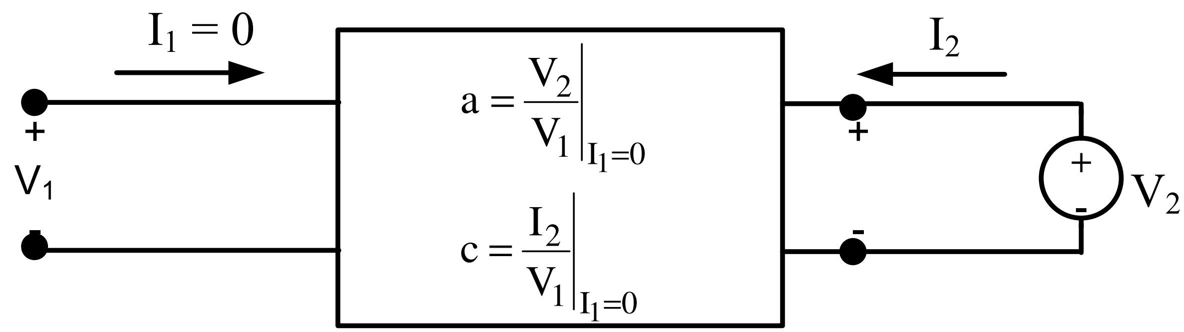
$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

dan sebagai determinan dari parameter “ABCD” adalah :

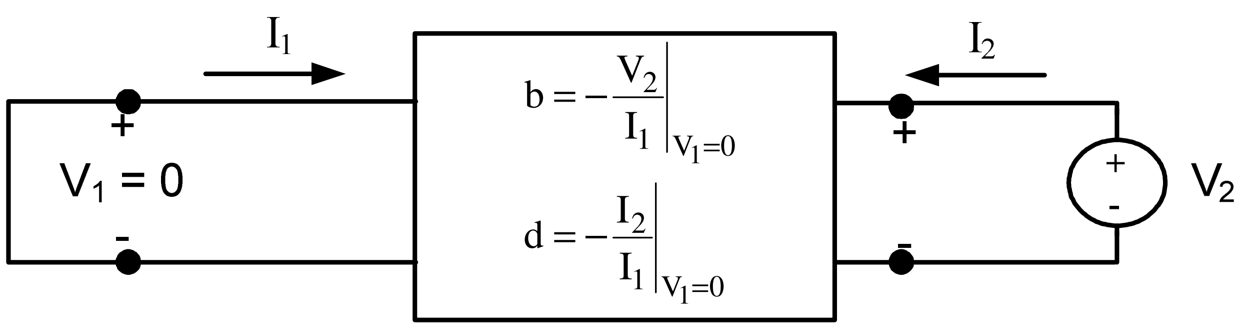
$$\Delta_{abcd} = \Delta_t = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$$

dan bilamana kutub empat ini bersifat resiprokal, maka berlaku :

$$a.d - b.c = 1$$



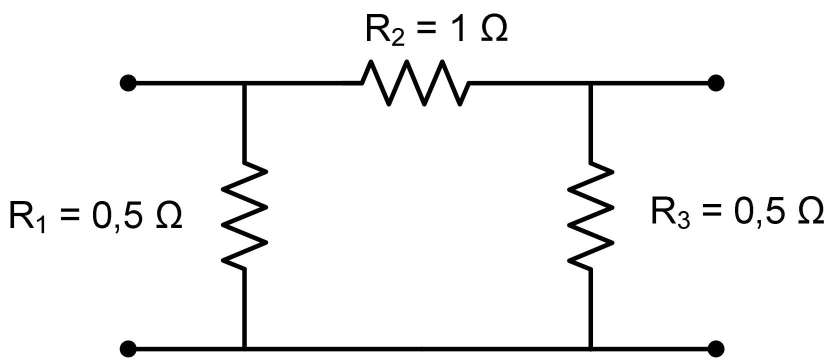
Gambar 6.23 Rangkaian untuk menentuka a dan c dari parameter “abcd”



Gambar 6.24 Rangkaian untuk menentukan b dan d pada parameter “abcd”

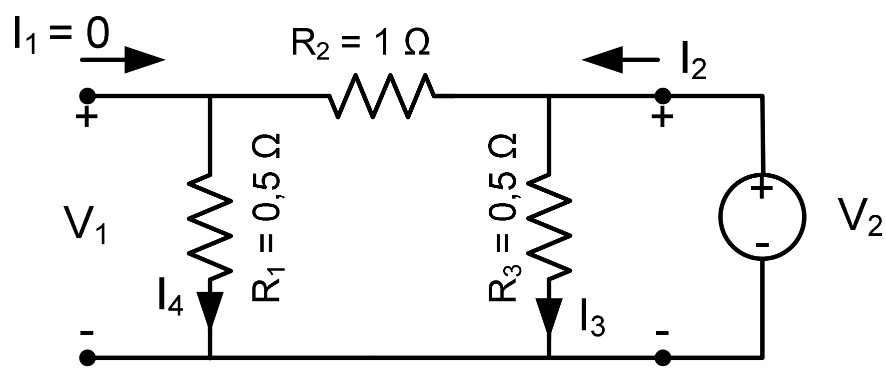
Contoh :

Carilah parameter “abcd” dari rangkaian di bawah ini :



Jawab :

Untuk mencari a dan c, pasangkan sumber tegangan V_2 pada terminal output dan buka terminal input seperti rangkaian di bawah ini :



dari rangkaian dapat dihitung :

$$I_4 = \frac{V_2}{R_1 + R_2} = \frac{V_2}{0{,}5 + 1} = \frac{2}{3} V_2 \text{ Amp}$$

$$V_1 = I_4 \text{ x } R_1 = \frac{2.V_2}{3} \text{ x } 0{,}5 = \frac{V_2}{3}$$

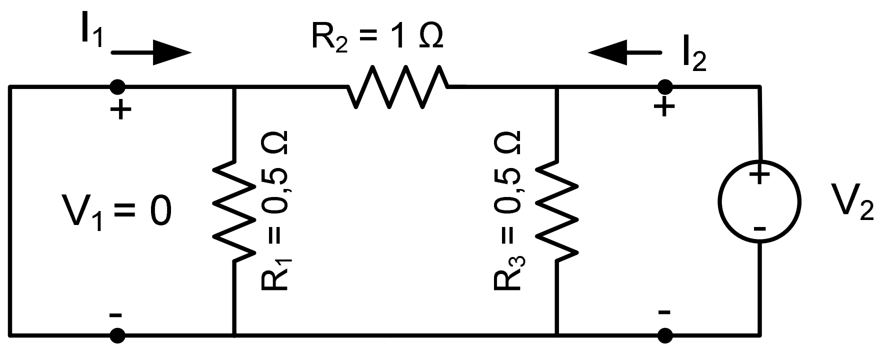
$$I_2 = I_3 + I_4 = \frac{V_2}{R_3} + \frac{2}{3} V_2 = \frac{V_2}{0{,}5} + \frac{2}{3} V_2 = \frac{8V_2}{3}$$

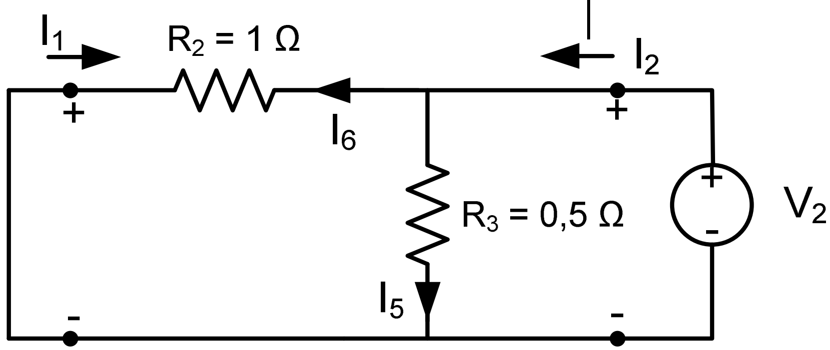
Maka di dapat :

$$a = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_1=0} = \frac{V_2}{V_2/3} = 3$$

$$c = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{I_1=0} = \frac{8V_2/3}{V_2/3} = 8 \text{ S}$$

Untuk mencari b dan d, maka hubung singkaat input, sedangkan output tetap dengan sumber tegangan V_2





dari rangkaian ekivalen dapat dihitung :

$$V_2 = R_2.I_6 = 1.I_6 = I_6 \longrightarrow I_6 = -I_1 \longrightarrow V_2 = -I_1$$

$$I_2 = I_5 + I_6 = \frac{V_2}{R_3} + I_6 \longrightarrow I_2 = \frac{V_2}{R_3} - I_1 = \frac{-I_1}{0,5} - I_1 = -3.I_1$$

Maka di dapat :

$$b = -\left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{V_1=0} = -\frac{-I_1}{I_1} = 1\ \Omega \qquad \text{dan} \qquad d = -\left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_1=0} = -\frac{-3.I_1}{I_1} = 3$$

6.8 Konversi Antar Parameter

Tabel 6.1 Konversi Dari Kutub Empat

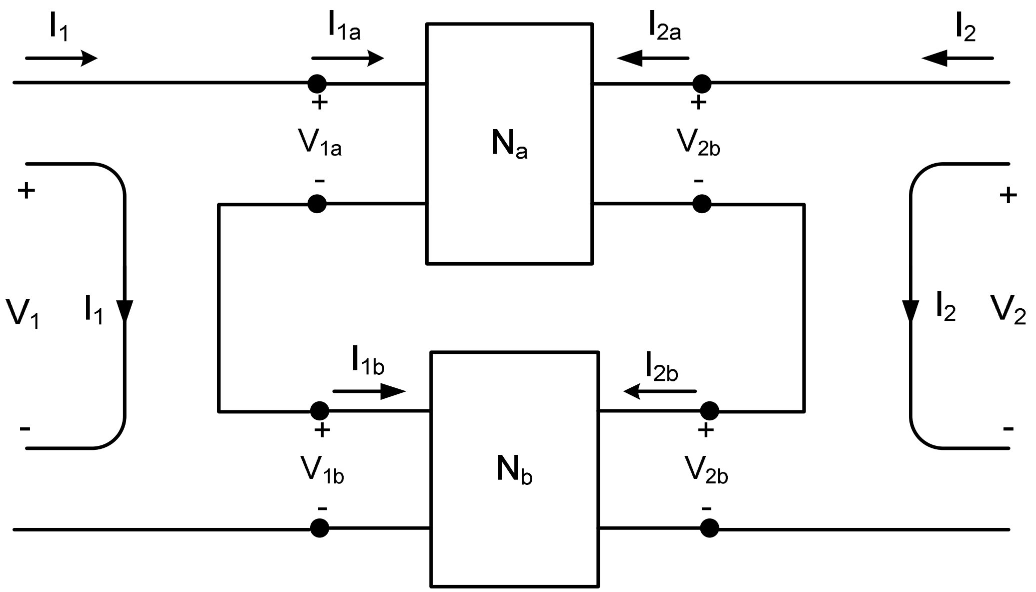
	z	y	h	g	T	t
z	$\begin{matrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{y_{22}}{\Delta_y} & -\frac{y_{12}}{\Delta_y} \\ -\frac{y_{21}}{\Delta_y} & \frac{y_{11}}{\Delta_y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_h}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ \frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{g_{11}} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ \frac{g_{21}}{g_{11}} & \frac{\Delta g}{g_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta_T}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{d}{c} & \frac{1}{c} \\ \frac{\Delta_t}{c} & \frac{a}{c} \end{matrix}$
y	$\begin{matrix} \frac{z_{22}}{\Delta_z} & -\frac{z_{12}}{\Delta_z} \\ -\frac{z_{21}}{\Delta_z} & \frac{z_{11}}{\Delta_z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta_h}{h_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_g}{g_{22}} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & \frac{1}{g_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{D}{B} & -\frac{\Delta_T}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{a}{b} & -\frac{1}{b} \\ -\frac{\Delta_t}{b} & \frac{d}{b} \end{matrix}$
h	$\begin{matrix} \frac{\Delta_z}{z_{22}} & \frac{z_{12}}{z_{22}} \\ -\frac{z_{21}}{z_{22}} & \frac{1}{z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{y_{11}} & -\frac{y_{12}}{y_{11}} \\ \frac{y_{21}}{y_{11}} & \frac{\Delta_y}{y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{g_{22}}{\Delta_g} & -\frac{g_{12}}{\Delta_g} \\ -\frac{g_{21}}{\Delta_g} & \frac{g_{11}}{\Delta_g} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B}{D} & \frac{\Delta_T}{D} \\ -\frac{1}{D} & \frac{C}{D} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{b}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{\Delta_t}{a} & \frac{c}{a} \end{matrix}$
g	$\begin{matrix} \frac{1}{z_{11}} & -\frac{z_{12}}{z_{11}} \\ \frac{z_{21}}{z_{11}} & \frac{\Delta_z}{z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_y}{y_{22}} & \frac{y_{12}}{y_{22}} \\ -\frac{y_{21}}{y_{22}} & \frac{1}{y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{h_{22}}{\Delta_h} & -\frac{h_{12}}{\Delta_h} \\ -\frac{h_{21}}{\Delta_h} & \frac{h_{11}}{\Delta_h} \end{matrix}$	$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{C}{A} & -\frac{\Delta_T}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{B}{A} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{c}{d} & -\frac{1}{d} \\ \frac{\Delta_t}{d} & -\frac{b}{d} \end{matrix}$
T	$\begin{matrix} \frac{z_{11}}{z_{21}} & \frac{\Delta_z}{z_{21}} \\ \frac{1}{z_{21}} & \frac{z_{22}}{z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{y_{22}}{y_{21}} & -\frac{1}{y_{21}} \\ -\frac{\Delta_y}{y_{21}} & -\frac{y_{11}}{y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{\Delta_h}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{g_{21}} & \frac{g_{22}}{g_{21}} \\ \frac{g_{11}}{g_{21}} & \frac{\Delta_g}{g_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{d}{\Delta_t} & \frac{b}{\Delta_t} \\ \frac{c}{\Delta_t} & \frac{a}{\Delta_t} \end{matrix}$
t	$\begin{matrix} \frac{z_{22}}{z_{12}} & \frac{\Delta_z}{z_{12}} \\ \frac{1}{z_{12}} & \frac{z_{11}}{z_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{y_{11}}{y_{12}} & -\frac{1}{y_{12}} \\ -\frac{\Delta_y}{y_{12}} & -\frac{y_{22}}{y_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{h_{12}} & \frac{h_{11}}{h_{12}} \\ \frac{h_{22}}{h_{12}} & \frac{\Delta_h}{h_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{\Delta_g}{g_{12}} & -\frac{g_{22}}{g_{12}} \\ -\frac{g_{11}}{g_{12}} & -\frac{1}{g_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{D}{\Delta_T} & \frac{B}{\Delta_T} \\ \frac{C}{\Delta_T} & \frac{A}{\Delta_T} \end{matrix}$	$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$

Dimana : $\Delta_z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$ $\Delta_h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$ $\Delta_T = AD - BC$

$\Delta_y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$ $\Delta_g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$ $\Delta_t = ad - bc$

6.9 Interkoneksi Antar Kutub Empat

6.9.1 Kutub Empat dengan Hubungan Seri



Gambar 6.25 Hubungan seri dua rangkaian kutub empat

Untuk N_a :

$$V_{1a} = z_{11a} I_{1a} + z_{12a} I_{2a}$$
$$V_{2a} = z_{21a} I_{1a} + z_{22a} I_{2a}$$

Untuk N_b :

$$V_{1b} = z_{11b} I_{1b} + z_{12b} I_{2b}$$
$$V_{2b} = z_{21b} I_{1b} + z_{22b} I_{2b}$$

dengan :

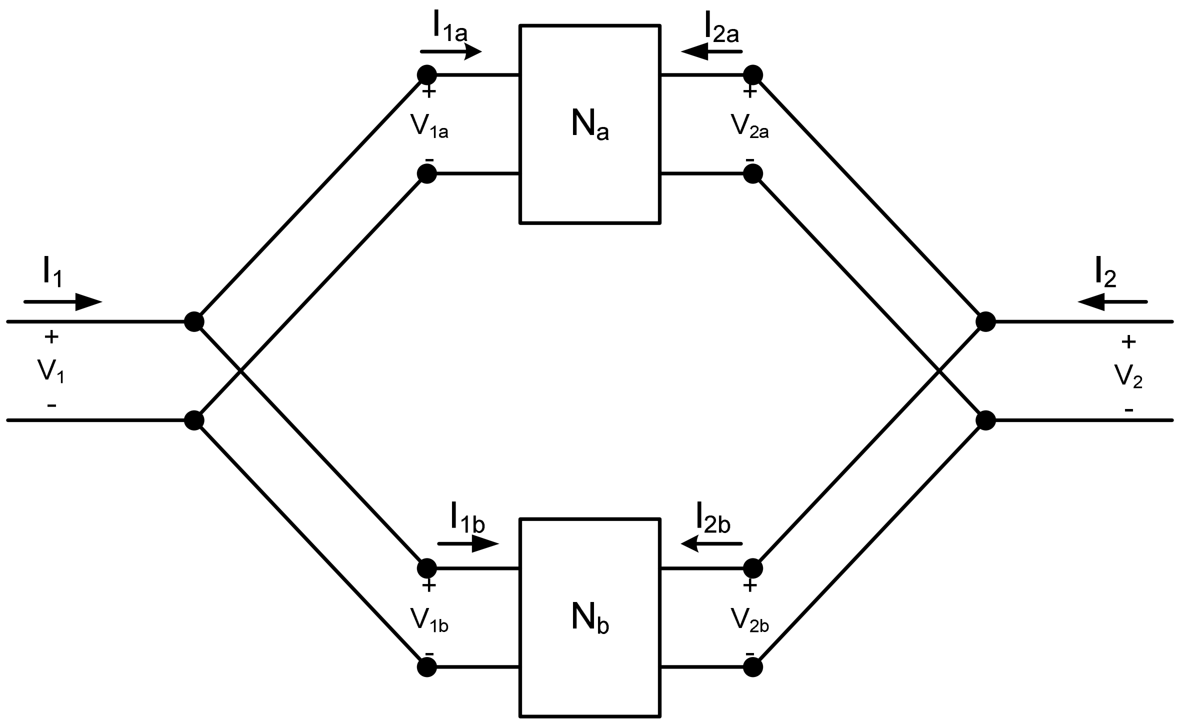
$$I_1 = I_{1a} = I_{1b}$$
$$I_2 = I_{2a} = I_{2b}$$

$$V_1 = V_{1a} + V_{1b} = (z_{11a} + z_{11b})\, I_1 + (z_{12a} + z_{12b}) I_2$$
$$V_2 = V_{2a} + V_{2b} = (z_{21a} + z_{21b}) I_1 + (z_{22a} + z_{22b}) I_2$$

maka parameter "z" dari dua kutub empat yang di serikan adalah :

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11a} + z_{11b} & z_{12a} + z_{12b} \\ z_{21a} + z_{21b} & z_{22a} + z_{22b} \end{bmatrix}$$

6.9.2 Kutub Empat dengan Hubungan Paralel



Gambar 6.26 Hubungan paralel dari dua buah rangkaian kutub empat

Dalam hubungan ini berlaku :

$$I_{1a} = y_{11a}V_{1a} + y_{12a}V_{2a}$$
$$I_{2a} = y_{21a}V_{1a} + y_{22a}V_{2a}$$

dan

$$I_{1b} = y_{11b}V_{1b} + y_{12b}V_{2b}$$
$$I_{2b} = y_{21b}V_{1b} + y_{22b}V_{2b}$$

dari rangkaian Gambar 6.26, terlihat :

$$I_1 = I_{1a} + I_{1b}$$
$$I_2 = I_{2a} + I_{2b}$$

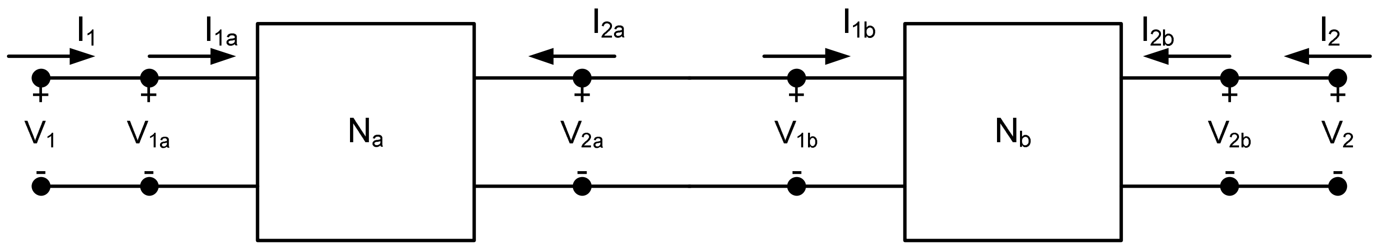
$$I_1 = \left(y_{11a} + y_{11b}\right)V_1 + \left(y_{12a} + y_{12b}\right)V_2$$
$$I_2 = \left(y_{21a} + y_{21b}\right)V_1 + \left(y_{22a} + y_{22b}\right)V_2$$

maka untuk kutub empat dengan parameter "y" yang terhubung paralel berlaku :

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11a} + y_{11b} & y_{12a} + y_{12b} \\ y_{21a} + y_{21b} & y_{22a} + y_{22b} \end{bmatrix}$$

atau : $$[y] = [y_a] + [y_b]$$

6.9.3 Kutub Empat dengan Hubungan Kaskade



Gambar 6.27 Dua rangkaian kutub empat dalam hubungan kaskade

Persamaan dari kedua kutub empat dalam parameter "ABCD" adalah :

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix}$$

dari rangkaian pada Gambar 6.27 terlihat bahwa :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} V_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

akan diperoleh :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

sehingga apabila dua parameter “ABCD” dihubungkan kaskade, maka parameter keseluruhan adalah merupakan hasil perkalian dari setiap parameter yang dihubungkan secara kaskade tersebut, atau dituliskan dengan :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix}$$

atau : $[T] = [T_a] + [T_b]$