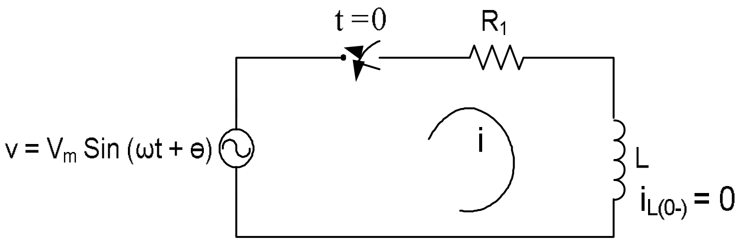
BAB 3

RESPONS SINUSOIDAL PADA RANGKAIAN SERI RL DAN RC

3.1 Respons Sinusoidal Pada Rangkaian RL Seri

Perhatikan rangkaian di bawah ini :



Gambar 3.1 Rangkaian RL dengan sumber tegangan v = Vm sin (ωt + θ)

Rangkaian di atas memiliki sumber tegangan $v = V_m \sin(\omega t + \theta)$ di mana θ memiliki harga dari $0 \longrightarrow 2\pi$ rad/det. Bilamana saklar ditutup pada saat $t = 0$, maka persamaan tegangan pada rangkaian adalah :

$$R.i + L\frac{di}{dt} = V_m \sin(\omega t + \theta) \tag{3.1}$$

Penyelesaian umum persamaan ini adalah :

$$i = i_{ss} + i_{tr} \tag{3.2}$$

di mana dalam hal ini :

$i_{tr} = i_c$ = penyelesaian komplementer

$i_{ss} = i_p$ = penyelesaian partikular

Adapun penyelesaian komplementer dari Persamaan (3.1) adalah :

$$Ri_c + L\frac{di_c}{dt} = 0$$

atau :

$$Ri_c = -L\frac{di_c}{dt}$$

atau :

$$\frac{di_c}{di_c} = -\frac{R}{L}dt$$

atau :

$$Ln(i_c) = -\frac{R}{L}t + K'$$

atau : $$i_C = \varepsilon^{-\frac{R}{L}t+K'} = \varepsilon^{K'}\varepsilon^{-\frac{R}{L}t} = K\varepsilon^{-\frac{R}{L}t}$$

atau : $$i_C = K\varepsilon^{-\frac{R}{L}t} \tag{3.3}$$

misalkan penyelesaian partikular adalah :

$$\left.\begin{aligned}
i_p &= A\cos(\omega t+\theta) + B\sin(\omega t+\theta) \quad \text{....................(a)}\\
\frac{di_p}{dt} &= -\omega A\sin(\omega t+\theta) + \omega B\cos(\omega t+\theta) \quad \text{............(b)}\\
\frac{d^2 i_p}{dt^2} &= -\omega^2 A\cos(\omega t+\theta) - \omega^2 B\sin(\omega t+\theta)\text{........(c)}
\end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

Bilamana persamaan (3.1) dideferensialkan satu kali maka :

$$R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} = \omega Vm\cos(\omega t+\theta) \tag{3.5}$$

Bilamana harga-harga dari Persamaan (3.4) disubsitusikan ke Persamaan (3.5) dengan mengambil $i = i_p$, maka akan diperoleh :

$$R\left[-\omega A\sin(\omega t+\theta) + \omega B\cos(\omega t+\theta)\right] + L\left[-\omega^2 A\cos(\omega t+\theta) - \omega^2 B\sin(\omega t+\theta)\right] = \omega Vm\cos(\omega t+\theta)$$

dengan menyamakan koefisien persamaan ini maka didapat :

$$\omega BR - \omega^2 LA = \omega Vm \;\rightarrow\; \text{maka : } B = \frac{Vm + \omega LA}{R}$$

$$\omega RA - \omega^2 LB = 0 \;\rightarrow\; \text{maka : } B = \frac{RA}{\omega L}$$

sehingga diperoleh :

$$\frac{Vm+\omega LA}{R} = -\frac{RA}{\omega L} \;\rightarrow\; \text{maka didapat : } A = -\frac{\omega LVm}{\omega^2 L^2 + R^2}$$

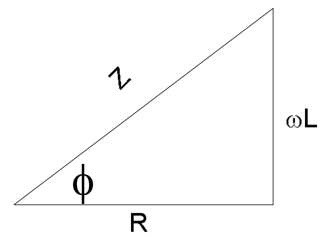
dan selanjutnya didapat :

$$B = -\frac{RVm}{\omega^2 L^2 + R^2}$$

dan seterusnya bilamana harga-harga A dan B disubsitusikan ke dalam Persamaan (3.4a) diperoleh :

$$i_p = -\frac{\omega LVm}{\omega^2 L^2 + R^2}\cos(\omega t+\theta) + \frac{RVm}{\omega^2 L^2 + R^2}\sin(\omega t+\theta) \tag{3.6}$$

melihat segi tiga impedansi dari RL seri :



Gambar 3.2 Segitiga impedansi RL seri

maka terlihat bahwa :

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}} \tag{3.7}$$

$$\sin\phi = \frac{\omega L}{Z} = \frac{\omega L}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}} \tag{3.8}$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R} \tag{3.9}$$

Persamaan (3.6) dapat dibuat menjadi :

$$i_p = -\frac{\omega L V m}{\omega^2L^2 + R^2}\cos(\omega t + \theta) + \frac{RVm}{\omega^2L^2 + R^2}\sin(\omega t + \theta)$$

$$i_p = -\frac{Vm}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}\underbrace{\frac{\omega L}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}}_{\sin\phi}\cos(\omega t + \theta) + \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}\underbrace{\frac{R}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}}_{\cos\phi}\sin(\omega t + \theta)$$

sehingga :

$$i_p = -\frac{Vm}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}\sin\phi\cos(\omega t + \theta) + \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}\cos\phi\sin(\omega t + \theta)$$

atau :

$$i_p = \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}\left[\sin(\omega t + \theta)\cos\phi - \cos(\omega t + \theta)\sin\phi\right]$$

mengingat :

$$\sin(\omega t + \theta - \phi) = \sin(\omega t + \theta)\cos\phi - \cos(\omega t + \theta)\sin\phi$$

maka :

$$i_p = \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2L^2 + R^2}}\sin(\omega t + \theta - \phi) \tag{3.10}$$

sehingga dengan demikian :

$$i = i_c + i_p$$

atau :

$$i = K\varepsilon^{-\frac{R}{L}t} + \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\omega t + \theta - \phi) \tag{3.11}$$

Karena pada t = 0- arus pada rangkaian : $i_{(0-)} = i_{L(0-)} = 0$, dan karena sifat dari L yang tidak dapat berubah dengan seketika, maka pada t = 0, arus pada rangkaian adalah $i_{(0)} = 0$ dan kalau harga ini disubsitusikan ke dalam persamaan (3.11) akan diperoleh :

$$i = 0 = K\varepsilon^{-\frac{R}{L}.0} + \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\omega.0 + \theta - \phi)$$

sehingga diperoleh :

$$K = -\frac{Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\theta + \phi)$$

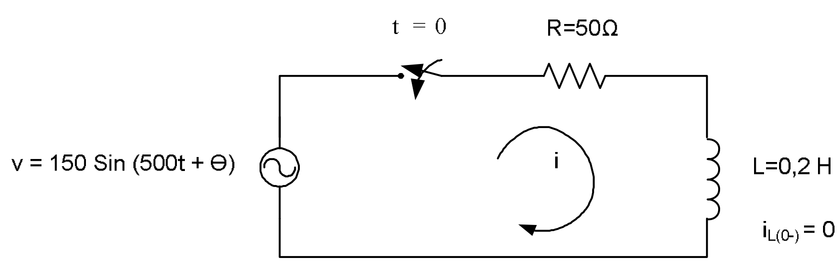
apabila harga K ini disubsitusikan ke Persamaan (3.11) maka diperoleh :

$$i = -\frac{Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\theta + \phi)\varepsilon^{-\frac{R}{L}t} + \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\omega t + \theta - \phi) \tag{3.12}$$

Bilamana Persamaan (3.9) disubsitusikan ke dalam persamaan ini, maka di dapat bentuk persamaan arus pada rangkaian setelah saklar ditutup :

$$i = \varepsilon^{-\frac{R}{L}t}\left[\frac{-Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\theta - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R})\right] + \frac{Vm}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}} \sin(\omega t + \theta - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}) \tag{3.13}$$

Contoh :



Pada t = 0 saklar ditutup θ = 0, carilah bentuk persamaan arus i.

Jawab :

Sewaktu rangkaian dihubungkan dengan sumber tegangan v dimana θ = 0 persamaan tegangan pada rangkaian :

$$R\,i + L\frac{di}{dt} = v$$

atau :

$$50\,i + 0{,}2\frac{di}{dt} = 500\sin 500t \qquad (*)$$

Adapun penyelesaian komplementer dari persamaan di atas adalah :

$$50\,i_c + 0{,}2\frac{di_c}{dt} = 0$$

atau :

$$50\,i_c = -0{,}2\frac{di_c}{dt}$$

atau :

$$\frac{di_c}{dt} = -250\,dt$$

kalau diintegralkan akan diperoleh :

$$\mathrm{Ln}(i_c) = -250\,t + K'$$

atau :

$$i_c = \varepsilon^{-250\,t + K'} = \varepsilon^{K'}\varepsilon^{-250\,t}$$

karena : $\varepsilon^{K'} = K$, maka :

$$i_c = K\varepsilon^{-250\,t} \qquad (**)$$

Misalkan persamaan partikular ($i = i_p$) adalah

$$i_p = A\cos(500t + \theta) + B\sin(500t + \theta)\ \text{maka :}\ \frac{di_p}{dt} = -500\,A\sin(500t + \theta) + 500\,B\cos(500t + \theta) \qquad (***)$$

maka persamaan (*) untuk $i = i_p$ adalah

$$50i_p + 0{,}2\frac{di_p}{dt} = 150\sin 500t$$

atau :

$$\frac{di_p}{dt} + 250i_p = 750\sin 500t$$

kemudian subsitusikan i_p dan $\frac{di_p}{dt}$ ke dalam persamaan di atas, maka diperoleh :

$$-500A\sin 500t + 500B\cos 500t + 250(A\cos 500T + \sin 50t) = 750\sin 500t$$

atau :

$$(250B - 500A)\sin 500t + (500B + 250A)\cos 500t = 750\sin 500t$$

dengan menyamakan koefisien ini di dapat :

$$250B - 500A = 750 \text{ dan } 500B+250A = 0$$

maka diperoleh : A = -1,2 dan B = 0,6

Harga A dan B yang diperoleh disubsitusikan ke persamaan (***) :

$$i_p = -1{,}2\cos 500t + 0{,}6\sin 500t = 0{,}6\sin 500t - 1{,}2\cos 500t$$

Mengingat :

$$a\ \sin(\omega t + \varphi) + b\ \cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{c^2 + d^2}\ \sin(\omega t + \delta)$$

di mana :

$$c = a\ \sin\varphi + b\ \cos\ \varphi \quad ; d = a\cos\varphi - b\sin\ \varphi \quad ;\text{dan } \delta = \tan^{-1}\frac{c}{d}$$

maka :

$$i_p = 1{,}31\sin(500t - 63{,}4°) \qquad (****)$$

sehingga

$$i = (**) + (****)$$

atau :

$$i = K\varepsilon^{-250.t} + 1{,}34\ \sin(250.t\text{-}63{,}4^0) \qquad (*****)$$

Pada saat t = 0- diketahui $i_{L(0-)}$ = 0, dan karena sifat dari L yang tidak dapat berubah dengan seketika, pada saat t = 0, arus i(0) = 0 sehingga :

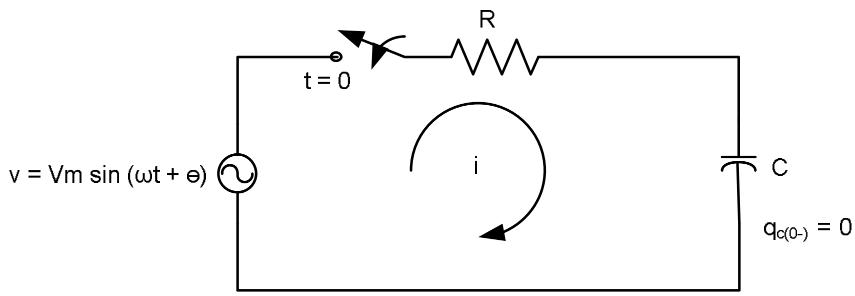
$$i_{(0)} = 0 = K\varepsilon^{-250.0} + 1{,}34\ \sin(250.0\text{-}63{,}4^0)$$

Maka diperoleh : K = 1,19, harga K yang diperoleh disubsitusikan ke persamaan (*****), sehingga di dapat persamaan arus pada rangkain bila saklar ditutup adalah :

$$\underline{i = 1{,}19.\varepsilon^{-250t} + 1{,}34\sin(250t - 63{,}4°)\ \text{Amp}}$$

3.2 Response Sinusoidal Pada RC Seri

Perhatikan gambar di bawah ini :



Gambar 3.3 Rangkaian RC dengan sumber tegangan v = Vm sin (ωt + θ)

Pada saat t = 0 saklar di tutup sehingga rangakaian terhubung dengan sumber tegangan v = Vm sin (ωt + θ) di mana harga θ dari 0 → 2π.rad/det.

Setelah saklar di tutup maka persamaan tegangan pada rangkaian adalah :

$$R.i + \frac{1}{C}\int idt = Vm\sin(\omega t + \theta) \qquad (3.14)$$

bila dideferensialkan satu kali :

$$R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \omega Vm\cos(\omega t + \theta) \qquad (3.15)$$

sesuai Persamaan (3.2), maka penyelesaian Persamaan (3.14) ini adalah :

$$i = i_{ss} + i_{tr}$$

dimana :

$i_{tr} = i_c$ = penyelesaian komplementer

$i_{ss} = i_p$ = penyelesaian partikular

Adapun penyelesaian komplementer dari Persamaan (3.15) untuk i = i_c adalah :

$$R\frac{di_c}{dt} + \frac{i_c}{C} = 0 \quad \text{atau}: \frac{di_c}{dt} = \frac{i_c}{RC}$$

atau :

$$\frac{di_c}{i_c} = -\frac{dt}{RC}$$

kalau diintegralkan :

$$\mathrm{Ln}(i_c) = -\frac{t}{RC} + K'$$

atau :

$$i_c = \varepsilon^{-\frac{t}{RC}+K'} = \varepsilon^{K'}\varepsilon^{-\frac{t}{RC}}$$

karena : $\varepsilon^{K'} = K$, maka :

$$i_c = K.\varepsilon^{-\frac{t}{RC}} \tag{3.16}$$

selanjutnya Persamaan (3.15) untuk $i = i_p$ adalah :

$$R\frac{di_p}{dt} + \frac{i_p}{C} = \omega Vm\cos(\omega t + \theta) \tag{3.17}$$

Misalkan penyelesaian partikular sesuai Persamaan (3.4) yaitu :

$$i_p = A\cos(\omega t + \theta) + B\sin(\omega t + \theta)......................(a)$$

$$\frac{di_p}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \theta) + \omega B\cos(\omega t + \theta)............(b)$$

$$\frac{d^2 i_p}{dt} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \theta) - \omega^2 B\sin(\omega t + \theta).......(c)$$

Bilamana harga-harga Persamaan (3.4) disubsitusikan ke Persamaan (3.5) maka diperoleh :

$$R[-\omega A\sin(\omega t + \theta)] + \frac{1}{C}[A\cos(\omega t + \theta) + B\sin(\omega t + \theta)] = \omega Vm\cos(\omega t + \theta)$$

atau :

$$\left(\frac{B}{C} - \omega RA\right)\sin(\omega t + \theta) + \left(\omega RB + \frac{A}{C}\right)\cos(\omega t + \theta) = \omega Vm\cos(\omega t + \theta)$$

dengan menyamakan koefisien ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh :

$$\left(\frac{B}{C} - \omega RA\right) = 0 \rightarrow \text{maka didapat : } A = \frac{B}{\omega RC}$$

$$\left(\omega RB + \frac{A}{C}\right) = \omega Vm \rightarrow \text{maka didapat : } A = (\omega Vm - \omega RB)$$

dari kedua persamaan ini diperoleh :

$$A = \frac{\omega CVm}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \quad \text{dan} \quad B = \frac{\omega^2 C^2 R^2 Vm}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$$

harga- harga A dan B disubsitusikan kepersamaan :

$$i_p = A\cos(\omega t + \theta) + B\sin(\omega t + \theta)$$

sehingga diperoleh

$$i_p = \frac{\omega CVm}{1+\omega^2C^2R^2}\cos(\omega t+\theta) + \frac{\omega^2C^2R^2Vm}{1+\omega^2C^2R^2}\sin(\omega t+\theta)$$

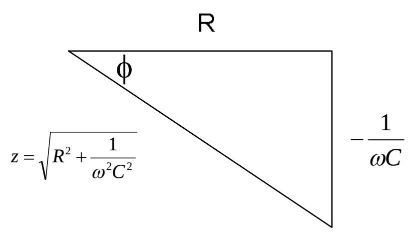
atau :

$$i_p = \omega CVm\left[\frac{1}{1+\omega^2C^2R^2}\cos(\omega t+\theta) + \frac{\omega CR}{1+\omega^2C^2R^2}\sin(\omega t+\theta)\right]$$

atau :

$$i_p = \omega CVm\left[\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}\frac{\cos(\omega t+\theta)}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}} + \frac{\omega CR}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}\frac{\sin(\omega t+\theta)}{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}\right] \quad (3.18)$$

dari segitiga impedansi RC seri terlihat :



Gambar 3.4 Segitiga impedansi RC seri

maka :

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2C^2}}} = \frac{R}{\frac{1}{\omega C}\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}$$

atau :

$$\cos\phi = \frac{\omega CR}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}$$

dan :

$$\sin\phi = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}} = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{\frac{1}{\omega C}\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}} = -\frac{1}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}$$

sedangkan :

$$\tan\phi = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{R} \quad . \quad \text{maka}: \phi = \tan^{-1}\frac{-1}{\omega CR}$$

jika besaran cos ϕ dan sin ϕ disubstitusikan kedalam Persamaan (3.18) akan diperoleh :

$$i_p = \omega CVm\left[\frac{-\cos(\omega t+\theta)}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin\phi + \frac{\sin(\omega t+\theta)}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\cos\phi\right]$$

atau :

$$i_p = \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\left[\sin(\omega t+\theta)\cos\phi - \cos(\omega t+\theta)\sin\phi\right]$$

mengingat :

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

maka :

$$\sin(\omega t+\theta-\phi) = \sin(\omega t+\theta)\cos\phi - \cos(\omega t+\theta)\sin\phi$$

sehingga :

$$i_p = \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\omega t+\theta-\phi) \tag{3.19}$$

maka, dengan demikian :

$$i = i_c + i_p = K.\varepsilon^{-\frac{t}{RC}} + \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\omega t+\theta-\phi) \tag{3.20}$$

untuk mencari harga K, maka Persamaan (79) pada t = 0 adalah :

$$R.i_{(0)} + \frac{1}{C}\int i_{(0)}.d0 = Vm\sin(\omega.0+\theta)$$

maka :

$$i_{(0)} = \frac{Vm}{R}\sin\theta$$

kemudian, jika Persamaan (3.20) dibuat pada t = 0, akan diperoleh :

$$i_{(0)} = \frac{Vm}{R}\sin\theta = K.\varepsilon^{-\frac{0}{RC}} + \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\omega.0+\theta-\phi)$$

maka diperoleh :

$$K = \frac{Vm}{R}\sin\theta - \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\theta-\phi)$$

Bilamana harga K ini disubstitusikan kedalam Persamaan (3.20) akan diperoleh persamaan arus yang mengalir pada rangkaian :

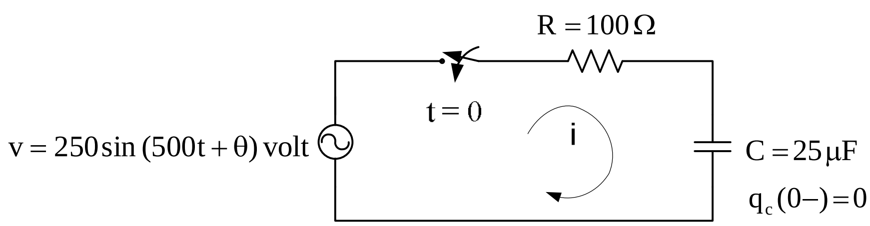
$$i = \left[\frac{Vm}{R}\sin\theta - \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\theta-\phi)\right].\varepsilon^{-\frac{t}{RC}} + \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\omega t+\theta-\phi)$$

karena : $\phi = \tan^{-1}\frac{-1}{\omega CR}$, maka :

$$i = \left[\frac{Vm}{R}\sin\theta - \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\theta-\tan^{-1}\frac{-1}{\omega CR})\right].\varepsilon^{-\frac{t}{RC}} + \frac{\omega CVm}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}\sin(\omega t+\theta-\tan^{-1}\frac{-1}{\omega CR}) \qquad (3.21)$$

Contoh :

Perhatikan rangkaian di bawah ini :



Pada saat t = 0, dan θ = 0 saklar ditutup sehingga rangkaian terhubung ke sumber tegangan v, carilah bentuk persamaan arus i pada rangkaian.

Jawab :

Adapun persamaan tegangan pada rangkaian setelah saklar ditutup adalah :

$$R.i + \frac{1}{C}\int i\,dt = 250\sin 500t \qquad (a)$$

atau :

$$100.i + \frac{1}{25.10^{-6}}\int i\,dt = 250\sin 500t$$

atau :

$$i + 400\int i\,dt = 2{,}5\sin 500t$$

bila dideferensialkan satu kali :

$$\frac{di}{dt} + 400.i = 1250\cos 500t \qquad (b)$$

Untuk mencari penyelesaian komplementer maka Persamaan (b) disamakan dengan nol dimana i = i_c.

$$\frac{di_c}{dt} + 400.i_c = 0$$

atau :

$$\frac{di_c}{i_c} = -400\,dt$$

kemudian diintegralkan hasilnya adalah :

$$\mathrm{Ln}(i_c) = -400t + K'$$

atau :

$$i_c = \varepsilon^{-400t+K'} = \varepsilon^{K'}.\varepsilon^{-400t}$$

karena : $\varepsilon^{K'} = K$, maka :

$$i_c = K.\varepsilon^{-400t}$$

Misalkan penyelesaian partikular adalah :

$$i_p = A\cos 500t + B\sin 500t \qquad \text{(c)}$$

$$\frac{di_p}{dt} = -500\,A\sin 500t + 500\,B\cos 500t \qquad \text{(d)}$$

selanjutnya Persamaan (b) untuk : $i = i_p$, adalah :

$$\frac{di_p}{dt} + 400.i_p = 1250\cos 500t \qquad \text{(e)}$$

selanjutnya bilamana harga-harga i_p dan $\frac{di_p}{dt}$ pada persamaan (c) dan (d) disubstitusikan kedalam persamaan (e), maka diperoleh :

$$(-500\,A\sin 500t + 500\,B\cos 500t) + (400\,A\cos 500t + 400\,B\sin 500t) = 1250\cos 500t$$

atau :

$$(-500\,A + 400\,B)\sin 500t + (500\,B + 400\,A)\cos 500t = 1250\cos 500t$$

maka diperoleh :

$$(-500\,A + 400\,B) = 0 \text{ dan } (500\,B + 400\,A) = 1250$$

maka diperoleh :

A = 1,22 dan B = 1,525

Harga A dan B ini disubtitusikan kedalam persamaan (c), maka diperoleh :

$$i_p = 1{,}22\cos 500t + 1{,}525\sin 500t$$

atau :

$$i_p = 1{,}953\ \cos\ (500t - 51{,}3°)$$

karena :

$$i = i_c + i_p$$

atau :

$$i = K.\varepsilon^{-400t} + 1{,}953\ \cos\ (500t - 51{,}3°) \qquad (f)$$

Pada saat t = 0, maka persamaan (a) didapat :

$$R.i_{(0)} + \frac{1}{C}\int i.d0 = 250 \sin 500.0\ \rightarrow \text{maka } i_{(0)} = 0$$

sehingga persamaan (f) untuk t = 0 adalah :

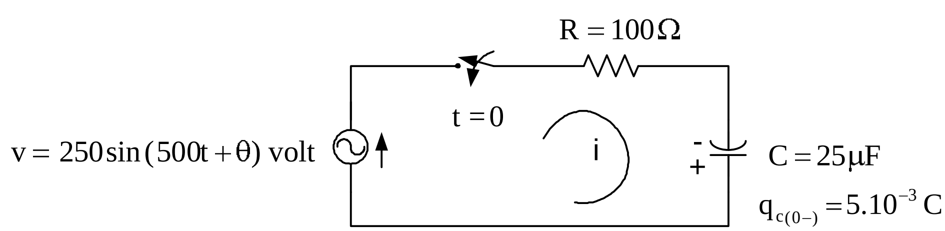
$$i_{(0)} = 0 = K.\varepsilon^{-400t} + 1{,}953\ \cos\ (500.0 - 51{,}3°)$$

maka diperoleh : K = -1,22,kemudian harga K ini disubstitusikan ke persamaan (f), maka diperoleh persamaan arus pada rangkaian setelah saklar ditutup adalah :

$$\underline{i = -1{,}22.\varepsilon^{-400t} + 1{,}953\ \cos\ (500.t - 51{,}3°)\ \text{Amp.}}$$

Contoh :

Perhatikan rangkaian di bawah ini :



Pada saat t = 0, dan θ = 45° saklar ditutup, carilah bentuk persamaan arus pada rangkaian.

Jawab :

Sebelum saklar kapasitor memiliki muatan $q_{c(0-)} = 5.10^{-3}$ C, berarti pada terminal kapasitor telah ada tegangan sebesar :

$$v_{c(0-)} = \frac{q_{c(0-)}}{C} = \frac{5.10^{-3}}{25.10^{-6}} = 200\ \text{volt}$$

setelah saklar ditutup persamaan tegangan pada rangkaian adalah :

$$R.i + \frac{1}{C}\int i\,dt = 250\sin(500t + 45°) \qquad (a)$$

atau :

$$100.i + \frac{1}{25.10^{-6}}\int i\,dt = 250\sin(500t + 45°)$$

atau :

$$i + 400\int i\,dt = 2{,}5\sin 500t$$

bila dideferensialkan satu kali :

$$\frac{di}{dt} + 400.i = 1250\cos(500t + 45°) \qquad (b)$$

Untuk mencari penyelesaian komplementer i_c, maka Persamaan (b) disamakan dengan nol dengan menggantikan $i = i_c$.

$$\frac{di_c}{dt} + 400.i_c = 0$$

atau :

$$\frac{di_c}{i_c} = -400\,dt$$

jika diintegralkan hasilnya adalah :

$$Ln(i_c) = -400t + K'$$

atau :

$$i_c = \varepsilon^{-400t+K'} = \varepsilon^{K'}.\varepsilon^{-400t}$$

karena : $\varepsilon^{K'} = K$, maka :

$$i_c = K.\varepsilon^{-400t} \qquad (c)$$

Untuk mendapatkan penyelesaian partikular i_p, maka dimisalkan :

$$i_p = A\cos(500t + 45°) + B\sin(500t + 45°) \qquad (d)$$

sehingga :

$$\frac{di_p}{dt} = -500A\sin(500t + 45°) + 500B\cos(500t + 45°) \qquad (e)$$

selanjutnya dengan membuat $i = i_p$ pada persamaan (b) dan mensubstitusikan persamaan (d) dan (e) ke dalamnya akan diperoleh :

$$-500A\sin(500t + 45°) + 500B\cos(500t + 45°) + 400A\cos(500t + 45°) + 400B\sin(500t + 45°) = 1250\cos(500t + 45°)$$

atau :

$$(-500\,A + 400\,B)\sin(500t + 45°) + (500\,B + 400\,A)\cos(500t + 45°) = 1250\cos\,(500t + 45°)$$

dengan menyamakan koefisien didapat :

$$(-500\,A + 400\,B) = 0$$

dan :

$$(500\,B + 400\,A) = 1250$$

atau diperoleh :

$$A = 1{,}22 \text{ dan } B = 1{,}525$$

harga-harga A dan B ini disubtitusikan kedalam persamaan (d), maka diperoleh :

$$i_p = 1{,}22\,\cos(500t + 45°) + 1{,}525\,\sin(500t + 45°)$$

atau :

$$i_p = 1{,}953\,\sin\,(500t + 83{,}67°) \qquad \text{(f)}$$

karena :

$$i = i_c + i_p$$

maka diperoleh :

$$i = K.\varepsilon^{-400t} + 1{,}953\,\sin\,(500t + 83{,}67°) \qquad \text{(g)}$$

Pada saat t = 0- pada kapasitor telah ada tegangan sebesar $v_{c(0-)}$ = 200 volt dan karena sifat dari kapasitor yang tidak dapat berubah dengan seketika, maka pada t = 0, tegangan pada kapasitor juga sebesar $v_{c(0)}$ = 200 volt. Selanjutnya harga sesaat dari sumber tegangan pada saat t = 0 adalah :

$$v_{(0)} = 250\sin(500.0 + 45°) = 176{,}77 \text{ volt}$$

maka melihat dari plaritas sumber dan kapasitor, kedua tegangan ini $v_{(0)}$ dan $v_{c(0)}$ saling menguatkan, sehingga pada saat t = 0, kedua tegangan ini menghasilkan arus pada rangkaian sebesar :

$$i_{(0)} = \frac{v_{(0)} = v_{c(0)}}{R} = \frac{176{,}77 + 200}{100} = 3{,}76\,\text{Amp.}$$

maka pada saat t = 0, persamaan (g) menjadi :

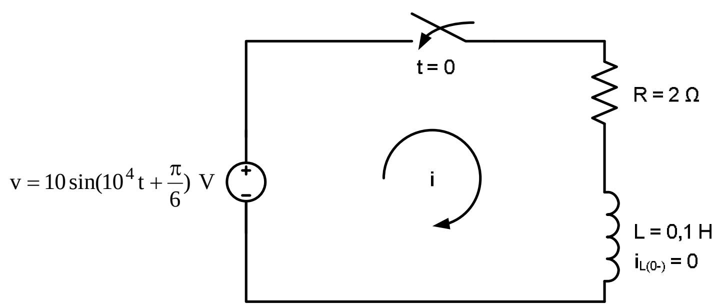
$$i_{(0)} = 3{,}76 = K.\varepsilon^{-400t} + 1{,}953\,\cos\,(500.0 + 83{,}67°)$$

maka dengan menyelesaikan persamaan ini di dapat K = 1,82. Kemudian harga K ini disubstitusikan ke persamaan (g), sehingga diperoleh bentuk persamaan arus pada rangkaian apabila saklar ditutup adalah :

$$\underline{i = 1{,}82.\varepsilon^{-400t} + 1{,}953 \cos (500.t + 83{,}67°) \text{ Amp.}}$$

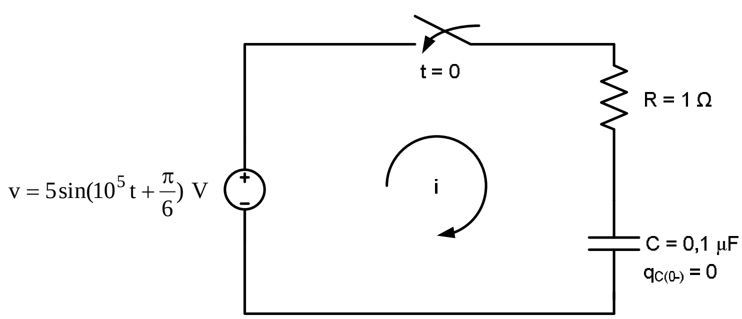
3.3 Soal Latihan

1. Rangkaian seperti di bawah ini :



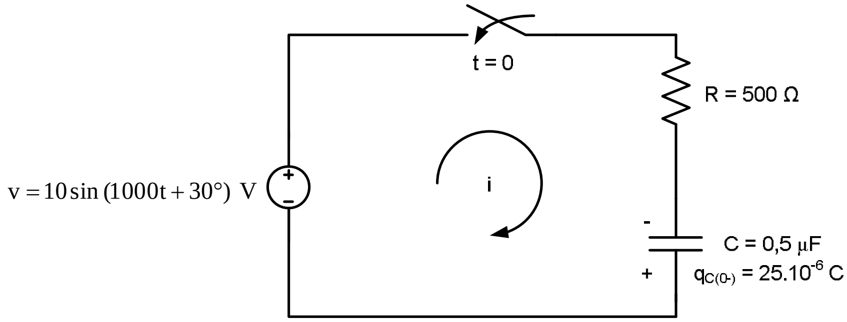
   Carilah bentuk persamaan arus i setelah saklar ditutup.

2. Rangkaian seperti di bawah ini :



   Carilah bentuk persamaan arus i setelah saklar ditutup.

3. Rangkaian seperti di bawah ini :



Carilah bentuk persamaan arus i setelah saklar ditutup.