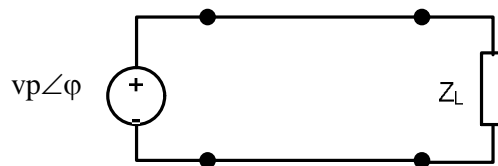


BAB 8

RANGKAIAN TIGA FASE

8.1 Pendahuluan

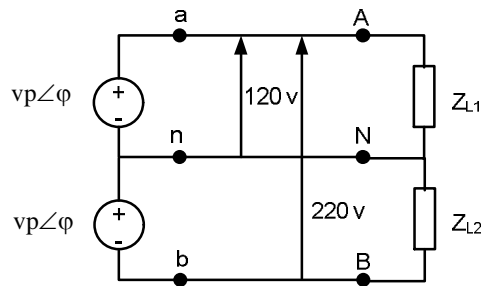
Dalam rangkaian-rangkaian sebelumnya yang dipergunakan sebagai sumber tegangan adalah sumber tegangan satu fase, dimana sumber tegangan (generator) dihubungkan ke beban melalui sepasang konduktor.



Gambar 8.1. Sistem Satu Fase

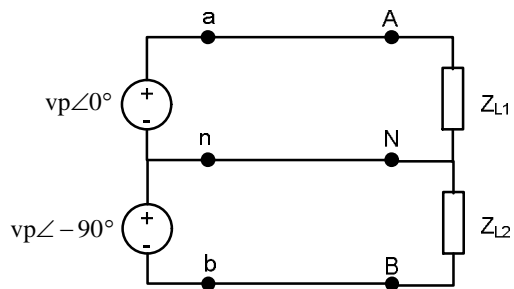
dimana V_p merupakan magnitud dan ϕ sudut fase dari sumber.

Selain dengan sistem satu fase dengan tiga kawat seperti berikut.



Gambar 8.2 Sistem Satu Fase Tiga Kawat

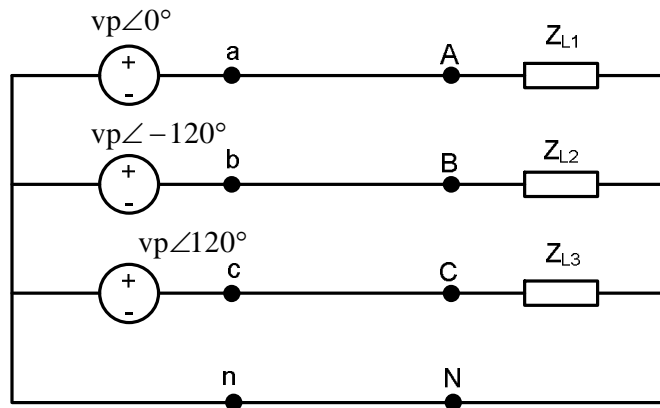
Selain sistem satu fase, masih ada pula yang dikenal dengan sistem dua fase :



Gambar 8.3 Sistem Dua Fase Tiga Kawat

dalam sistem ini sudut fase kedua sumber berbeda sebesar 90° (lag) satu sama lainnya.

Adapun yang dimaksud dengan sumber bolak balik (ac) fase banyak (polyphase) adalah sumber bolak balik yang bekerja pada amplitudo dan frekuensi yang sama akan tetapi berbeda fasa (misalnya pada sistem dua fase), sedangkan sumber tiga fase adalah suatu sumber terdiri dari tiga sumber yang ditempatkan pada satu poros, dimana frekuensi setiap sumber sama akan tetapi memiliki beda fase satu sama lainnya sebesar 120° .



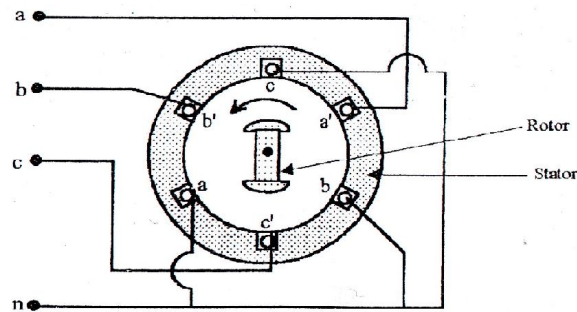
Gambar 8.4. Sistem Tiga Fase Empat Kawat

Ada beberapa hal, yang perlu diperhatikan dari sistem tiga fase ini, diantaranya :

1. Kebanyakan pembangkit tenaga listrik dibangkitkan dengan tiga fase pada frekuensi 50 Hz ($\omega = 314 \text{ rad/det}$) atau 60 Hz ($\omega = 377 \text{ rad/det}$). Seandainya pada suatu saat yang diperlukan hanya satu dua fase, maka ini dapat diambil dari sistem tiga fase tersebut.
2. Adapun daya sesaat (instantaneous power) konstan/tidak mengandung pulsasi.
3. Untuk daya yang sama, maka sistem tiga fase lebih ekonomis daripada sistem satu fase, hal ini disebabkan jumlah konduktor yang diperlukan lebih sedikit pada sistem tiga fase.
4. Daya yang dibangkitkan lebih besar.

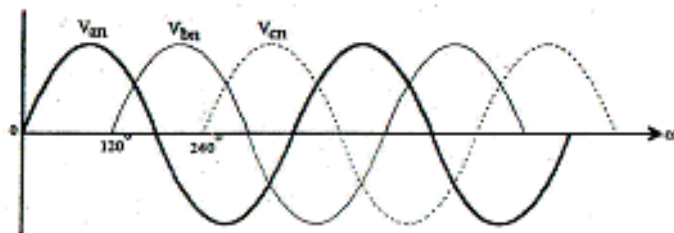
8.2 Sumber tiga fase yang seimbang

Generator/alternator tiga fase dapat dibayangkan sebagai berikut :



Gambar 8.5 Generator Tiga Fase

Generator ini terdiri dari dua bagian, dimana rotor merupakan bagian magnet yang berputar dan disekeliling rotor ini ditempatkan kumparan yang diam disebut stator, dimana kumparan ini dengan terminal a-a'; b-b' dan c-c' yang ditempatkan satu dengan lainnya berbeda 120° , dengan demikian akan terjadi tiga buah bentuk gelombang tegangan sebagai berikut.

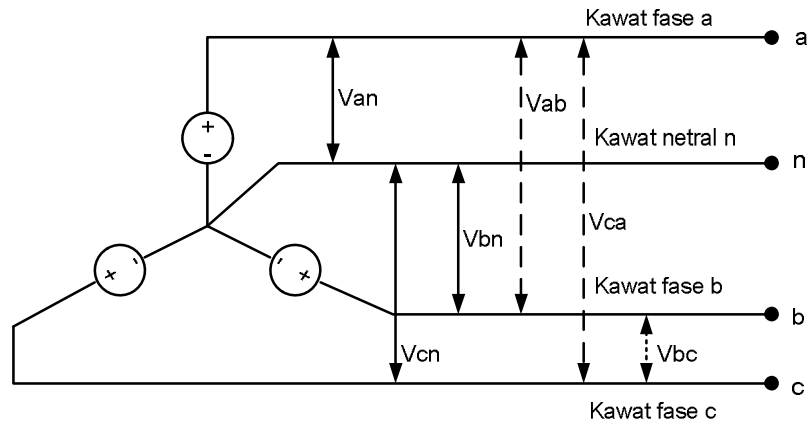


Gambar 8.6. Tegangan yang dibangkitkan generator tiga fase berbeda fase 120° satu dengan lainnya

8.2.1 Sumber tegangan tiga fase seimbang hubungan "Y"

Sistem 4 kawat

Sumber ini sering juga dikatakan sumber tegangan hubungan bintang yang dilambangkan seperti Gambar 8.7 dibawah ini.



Gambar 8.7. Sumber tegangan tiga fase dengan hubungan Y empat kawat

Pada hubungan ini generator memiliki dua besaran tegangan, tegangan antara kawat fase dengan kawat netral yang disebut dengan tegangan fase V_p .

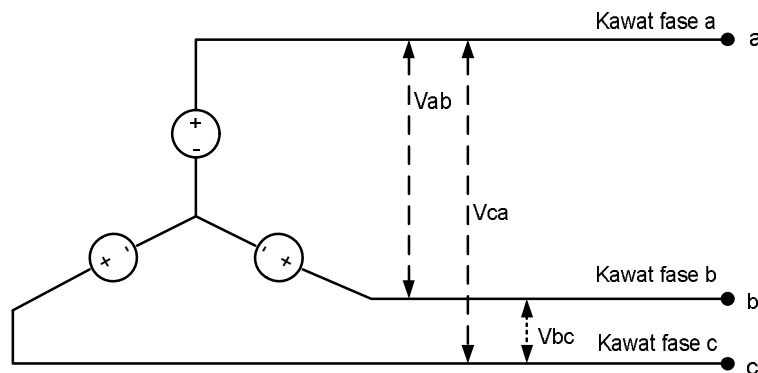
$$\left. \begin{array}{l} V_{an} \rightarrow \text{tegangan antara kawat a - n} \\ V_{bn} \rightarrow \text{tegangan antara kawat b - n} \\ V_{cn} \rightarrow \text{tegangan antara kawat c - n} \end{array} \right\} \text{disebut tegangan fase } V_p$$

dan tegangan antara kawat fase dengan kawat fase yang disebut dengan tegangan fase-fase/line. V_L .

$$\left. \begin{array}{l} V_{ab} \rightarrow \text{tegangan antara kawat a - b} \\ V_{bc} \rightarrow \text{tegangan antara kawat b - c} \\ V_{ca} \rightarrow \text{tegangan antara kawat c - a} \end{array} \right\} \text{disebut tegangan fase } V_L$$

Sistem 3 kawat

Sumber ini dilambangkan dengan :

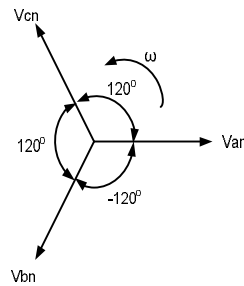


Gambar. 8.8. Sumber tegangan tiga fase dengan hubungan Y tiga kawat

Sumber ini hanya memiliki kawat fase dan tidak memiliki kawat netral, sehingga sumber ini hanya memiliki tegangan fase-fase (V_L)

Maka dengan demikian dapat dikatakan yang dimaksud dengan sumber tegangan tiga fase seimbang adalah : *Magnitud ketiga tegangan sama akan tetapi berbeda fase satu sama lainnya sebesar 120° .*

Kalau digambarkan diagram fasor-nya :



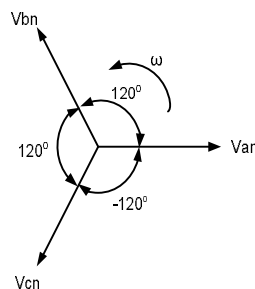
Gambar 8.9. Urutan fase abc

dimana secara matematik dapat dinyatakan dengan :

$$\left. \begin{aligned} V_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\ V_{bn} &= V_p \angle -120^\circ \\ V_{cn} &= V_p \angle -240^\circ = V_p \angle 120^\circ \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Sedangkan V_p merupakan tegangan fase (efektif/rsm). Adapun susunan tegangan phasor ini dikenal sebagai urutan *abc* atau urutan positif, dimana V_{an} mendahului V_{bn} dengan sudut 120° dan V_{bn} mendahului V_{cn} dengan sudut 120° , urutan terjadi bilamana generator pada Gambar 8.5 arah putaranya berlawanan arah dengan putaran jarum jam.

Kemungkinan lain dari susunan tegangan fasor ini adalah :



Gambar 8.10. Urutan fase acb

disini terlihat :

$$\left. \begin{aligned} V_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\ V_{cn} &= V_p \angle -120^\circ \\ V_{bn} &= V_p \angle -240^\circ = V_p \angle 120^\circ \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

dimana V_{an} mendalui V_{cn} dengan sudut 120° dan V_{cn} mendahului V_{bn} dengan sudut 120° , urutan ini disebut sebagai urutan *abc* atau urutan negatif, hal ini terjadi bilamana generator pada Gambar 8.5 berputar searah putaran jarum jam.

Pada sistem sumber tiga fase yang seimbang ini berlaku :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0 \quad (8.3)$$

atau :

$$|V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \quad (8.4)$$

untuk lebih jelasnya ambil Persamaan (8.1) :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = V_p \angle 0^\circ + V_p \angle -120^\circ + V_p \angle 120^\circ$$

atau :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = V_p (1 - 0,5 + j0,866 - 0,5 - j0,866) = 0$$

Dan demikian pula dengan Persamaan (8.2) :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = V_p \angle 0^\circ + V_p \angle 120^\circ + V_p \angle -120^\circ$$

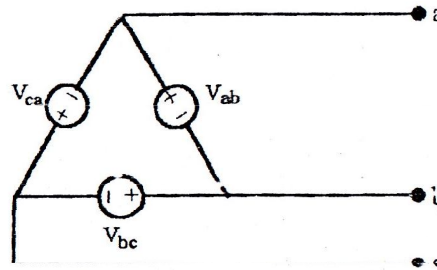
atau :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = V_p (1 - 0,5 + j0,866 - 0,5 - j0,866) = 0$$

Adapun yang dimaksud dengan urutan fase adalah urutan dari harga maksimum yang dicapai oleh setiap gelombang tegangan tersebut, misalnya dikatakan urutan *abc* ini berarti bahwa harga maksimum gelombang *a* lebih dahulu tercapai baru diikuti oleh harga maksimum gelombang *b* dan gelombang *c* dan demikian pula halnya dengan urutan *abc*. Sistem urutan ini penting dalam pendistribusian tegangan tiga phasa, karena urutan ini menentukan arah putaran dari motor-motor listrik tiga phasa, karena urutan ini menentukan arah putaran dari motor-motor listrik tiga phasa yang dihubungkan ke sumber tegangan tersebut.

8.2.2 Sumber tegangan tiga fase seimbang hubungan delta

Sumber ini sering juga disebut dengan sumber hubungan bintang yang dilambangkan seperti Gambar 8.11 dibawah ini.

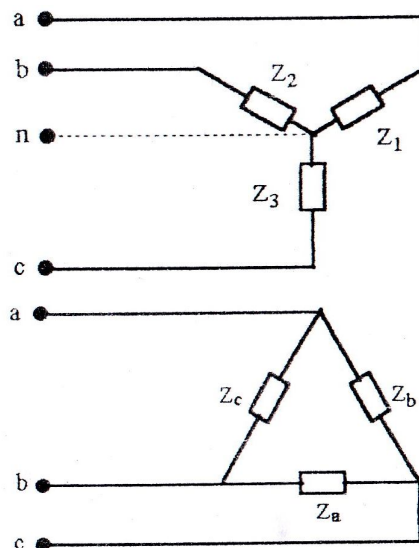


Gambar 8.11. Sumber tiga fase hubungan delta (Δ)

Pada hubungan delta ini yang ada hanyalah tegangan line, yaitu V_{ab} ; V_{bc} dan V_{ca} , dimana tegangan ini juga berbeda fasa satu sama lainnya dengan sudut 120° .

8.3 Beban Tiga fase

Sebagaimana generator, maka beban tiga fase juga memiliki hubungan Y dan Δ . Seperti pada Gambar 8.12 dibawah ini :



(a)

(b)

Gambar 8.12 Hubungan beban tiga fase.

- a. Hubungan Y
- b. Hubungan Δ

Hubungan beban Y bisa mempergunakan kawat netral atau tidak, hal ini tergantung kepada sistem tiga kawat atau empat kawat, akan tetapi beban hubungan Δ tidak mungkin memiliki kawat netral sehingga beban ini hanya dapat dipakai pada sistem tiga kawat.

Adapun beban-beban tiga fase ini dapat dibagi menjadi :

1. Beban tiga fase seimbang, adalah beban yang pada setiap fase memiliki impedansi yang sama magnitud dan fase-nya.
2. Beban tiga fase tak seimbang adalah beban yang impedansi pada suatu fase-nya tidak sama yang lainnya, atau ketiga impedansi fase tidak sama besar dalam magnitud dan fase-nya.

Maka dapat disimpulkan :

- Untuk beban yang seimbang hubungan Y :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y \quad (8.5)$$

dengan Z_Y adalah beban per-fase

- Untuk beban yang seimbang hubungan Δ :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_\Delta \quad (8.6)$$

dengan Z_Δ adalah beban per-fase.

Untuk beban seimbang dalam hubungan Y dapat ditransformasikan kedalam hubungan Δ atau sebaliknya dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$\left. \begin{aligned} Z_\Delta &= 3Z_Y \\ Z_Y &= \frac{1}{3}Z_\Delta \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

Pada umumnya beban-beban seimbang hubungan Δ lebih banyak dipergunakan dari pada beban-beban seimbang hubungan Y hal ini disebabkan karena lebih mudah untuk menggantikan beban per-fasenya pada hubungan Δ bila dibandingkan dengan beban hubungan Y yang memiliki kawat netral, akan tetapi bilamana beban seimbang hubungan Δ dipasang pada sumber tiga fase yang tak seimbang akan menimbulkan arus sirkulasi loop beban Δ tersebut.

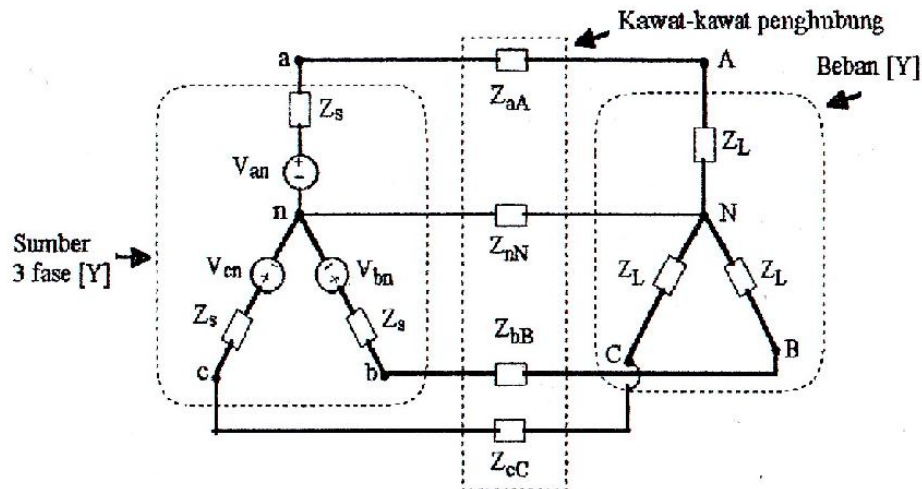
8.4 Hubungan Sumber dan Beban

Karena sumber ataupun beban tiga fase memiliki hubungan Y atau Δ , maka ada 4 (empat kemungkinan hubungan antara sumber dan beban, yaitu :

1. Hubungan Y-Y (sumber dengan hubungan Y dan beban dengan hubungan Y)
2. Hubungan Y- Δ (sumber dengan hubungan Y dan beban dengan hubungan Δ)
3. Hubungan Δ -Y (sumber dengan hubungan Δ dan beban dengan hubungan Y)
4. Hubungan Δ - Δ (sumber dengan hubungan Δ dan beban dengan hubungan Δ)

8.4.1 Hubungan Y-Y Seimbang

Pada hubungan ini sumber tegangan dengan hubungan Y seimbang dengan beban dengan hubungan Y yang juga seimbang, seperti pada Gambar 8.13 dibawah ini.



Gambar 8.13 Sistem Y-Y seimbang yang memperlihatkan impedansi sumber , beban dan kawat penghubung sumber dan beban

Z_s adalah impedansi kumparan fase dalam generator (sumber tegangan)

V_{an} ; V_{bn} ; V_{cn} adalah tegangan-tegangan fase dari sumber tegangan

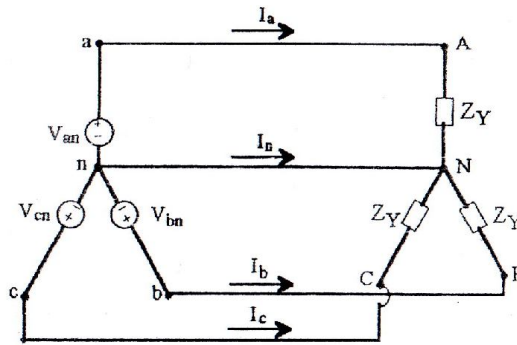
Z_{aA} ; Z_{nN} ; Z_{cC} atau Z_K adalah impedansi penghubung sumber tegangan dengan beban

Z_L adalah impedansi setiap fase beban

Karena pada umumnya impedansi kumparan fase dalam generator dan impedansi kawat penghubung sangat kecil bila dibandingkan dengan impedansi beban, maka dapat dibuat :

$$Z_Y = Z_S + Z_K + Z_L \quad (8.8)$$

maka dengan demikian Gambar 8.13 dapat disederhanakan menjadi seperti Gambar 8.14 dibawah ini :



Gambar 8.14 Rangkaian Hubungan Y-Y seimbang

Bilamana sumber tegangan diasumsikan dengan urutan abc, maka tegangan setiap fase dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned} V_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\ V_{bn} &= V_p \angle -120^\circ \\ V_{cn} &= V_p \angle 120^\circ \end{aligned}$$

Tegangan line V_{ab} ; V_{bc} dan V_{ca} atau disebut dengan V_L dapat dinyatakan dalam tegangan fase V_p dengan cara sebagai berikut :

$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn} = V_p \angle 0^\circ - V_p \angle -120^\circ$$

atau :

$$V_{ab} = V_p (1 + 0,5 + j0,866) = V_p (1,5 + j0,866) = V_p (1,7320 \angle 30^\circ)$$

atau :

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ \quad (8.9)$$

Dengan cara yang sama maka diperoleh :

$$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = \sqrt{3} V_p \angle -90^\circ \quad (8.10)$$

$$V_{ca} = V_{cn} - V_{an} = \sqrt{3} V_p \angle -210^\circ \quad (8.11)$$

maka dapat dikatakan bahwa magnitud tegangan line V_L adalah $\sqrt{3}$ kali magnitud tegangan fase V_p , sehingga dapat dinyatakan :

$$V_L = \sqrt{3} V_p \quad (8.12)$$

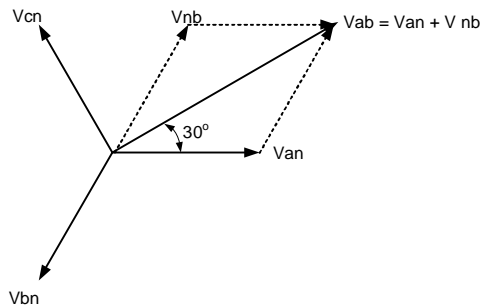
dimana :

$$V_p = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \quad (8.13)$$

Dan :

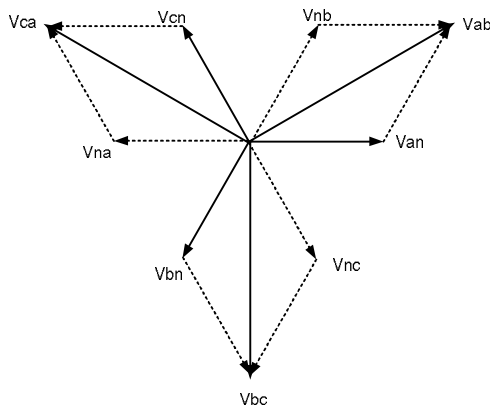
$$V_L = |V_{ab}| = |V_{bc}| = |V_{ca}| \quad (8.14)$$

Tegangan-tegangan line V_L mendahului tegangan-tegangan fase dengan sudut 30° , yang dapat di-ilustrasikan seperti Gambar 8.15 dibawah ini :



Gambar 8.15 Diagram fasor memperlihatkan hubungan tegangan line V_{ab} dengan tegangan fase V_{an} dan V_{nb}

Selanjutnya hubungan tegangan-tegangan line dengan tegangan fase diperlihatkan seperti Gambar 8.16 dibawah ini :



Gambar 8.16 Diagram fasor yang memperlihatkan hubungan tegangan line dengan tegangan fase

Untuk mencari arus-arus line I_a , I_b dan I_c , maka perhatikan kembali Gambar 8.14 dalam urutan abc dan dari rangkaian ini dapat ditentukan :

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} \quad (8.15)$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z_Y} = \frac{V_{an} \angle -120^\circ}{Z_Y} = \frac{V_{an}}{Z_Y} \angle -120^\circ = I_a \angle -120^\circ \quad (8.16)$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z_Y} = \frac{V_{an} \angle -240^\circ}{Z_Y} = \frac{V_{an}}{Z_Y} \angle -240^\circ = I_a \angle -240^\circ \quad (8.17)$$

Sehingga dari Gambar 8.14 untuk arus-arus line dapat disimpulkan bahwa arus kawat netral adalah :

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c) \quad (8.18)$$

atau :

$$I_n = -(I_a + I_a \angle -120^\circ + I_a \angle -240^\circ) = -I_a(1 + 1 \angle 120^\circ + 1 \angle -120^\circ + 1 \angle -240^\circ)$$

atau :

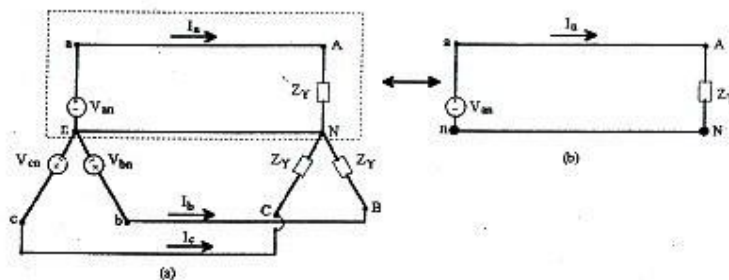
$$I_n = -I_a \{1 + (-0,5 - j0,866) + (-0,5 + j0,866)\} = 0$$

sehingga dengan demikian :

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c) = 0 \quad (8.19)$$

Arus line adalah arus yang mengalir pada setiap kawat fase dari sumber tegangan menuju beban, dimana dalam hubungan Y-Y ini arus line sama dengan arus fase.

Adapun cara lain dalam hubungan arus-arus line yaitu dengan mengambil bagian per fasenya seperti pada Gambar 8.17 dibawah ini.



Gambar 8.17 Rangkaian per-fase untuk mencari arus line pada sistem Y-Y seimbang

- a. Rangkaian tiga fase
- b. Rangkaian per fase

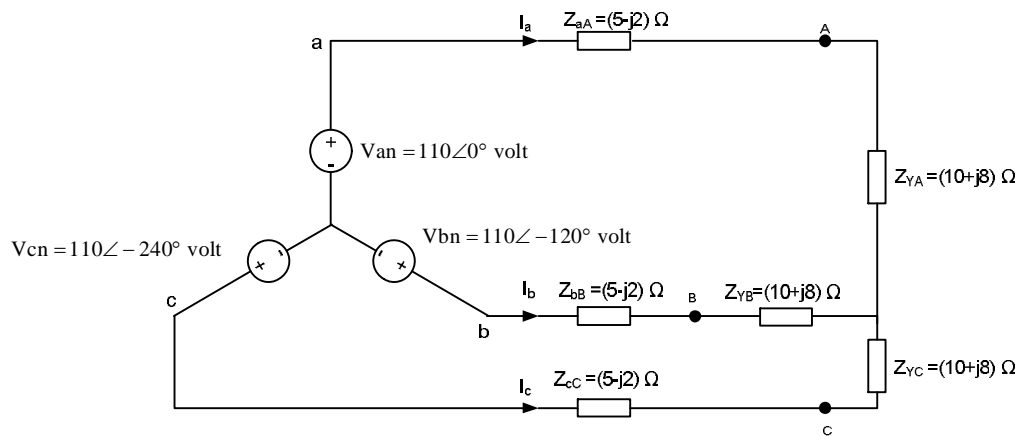
Pada rangkaian diatas dimana untuk mencari arus line (misalkan I_a), maka yang dianalisa cukup hanya rangkaian satu fase-nya, maka dari Gambar 8.17 arus I_a dapat dicari dengan :

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y}$$

dengan diperoleh-nya I_a maka arus-arus untuk fase yang lainnya dapat dicari dengan menggunakan urutan fase selama sistem seimbang.

Contoh :

Hitunglah arus line pada sistem dibawah ini.



Jawab :

Sistem diatas adalah sistem hubungan Y-Y seimbang tiga kawat (tanpa kawat netral) dan untuk menghitung arus-arus line (I_a ; I_b ; dan I_c) dapat dihitung dengan mengambil rangkaian ekuivalen satu fase (lihat Gambar 8.17 a) misalnya fase a;

Dalam rangkaian ini dapat dihitung :

$$Z_Y = Z_{aA} + Z_{YA} = (5 -j2) + (10 + j8) = (15 + j6) = 16,155 \angle 21,80^\circ \Omega$$

sehingga arus line a :

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} = \frac{110 \angle 0^\circ}{16,155 \angle 21,80^\circ} = 6,81 \angle -21,8^\circ \text{ A}$$

dari tegangan-tegangan fase terlihat bahwa urutan sistem ini adalah urutan abc, sehingga arus line b :

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = (6,81 \angle -21,80^\circ)(1 \angle -120^\circ) = 6,81 \angle -141,80^\circ$$

atau dapat juga dicari dengan :

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z_Y} = \frac{110 \angle -120^\circ}{16,155 \angle 21,80^\circ} = 6,81 \angle -141,80^\circ \text{ A}$$

Selanjutnya arus line c :

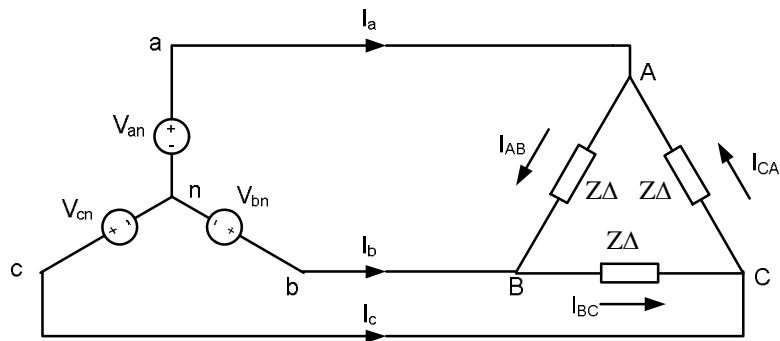
$$I_c = I_a \angle -240^\circ = (6,81 \angle -21,80^\circ)(1 \angle -240^\circ) = 6,81 \angle -261,80^\circ = 6,81 \angle 98,20^\circ \text{ A}$$

Atau dapat juga dicari dengan :

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z_Y} = \frac{110 \angle -240^\circ}{16,155 \angle 21,80^\circ} = 6,81 \angle -261,80^\circ = 6,81 \angle 98,20^\circ \text{ A}$$

8.4.2 Hubungan Y - Δ Seimbang

Disini sumber dalam hubungan Y seimbang sedangkan beban dalam hubungan Δ yang juga seimbang. Dalam sistem ini kawat netral dari sumber kekebalan tidak ada seperti Gambar 8.18 dibawah ini.



Gambar 8.18 Y - Δ seimbang

Bila diasumsikan urutan sistem abc maka tegangan-tegangan fase adalah :

$$V_{an} = V_p \angle 0^\circ$$

$$V_{bn} = V_p \angle -120^\circ$$

$$V_{cn} = V_p \angle 120^\circ$$

Bila dilihat dari Persamaan (8.9); (8.10) dan (8.11) :

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= \sqrt{3}V_p \angle 30^\circ = V_{AB} \\ V_{bc} &= \sqrt{3}V_p \angle -90^\circ = V_{BC} \\ V_{ca} &= \sqrt{3}V_p \angle -210^\circ = V_{CA} \end{aligned} \right\} \quad (8.20)$$

Terlihat dari Gambar 8.18 bahwa tegangan line adalah sama dengan tegangan pada setiap impedaansi beban, sehingga dengan demikian dapat dituliskan :

$$\left. \begin{aligned} I_{AB} &= \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} \\ I_{BC} &= \frac{V_{BC}}{Z_{\Delta}} \\ I_{CA} &= \frac{V_{CA}}{Z_{\Delta}} \end{aligned} \right\} \quad (8.21)$$

Selain dengan cara-cara diatas arus-arus fase dapat juga dihitung dengan menggunakan hukum tegangan Kirchhoff pada loop aABbna yang menghasilkan :

$$-V_{an} + Z_{\Delta} I_{AB} + V_{bn} = 0$$

atau :

$$I_{AB} = \frac{V_{an} - V_{bn}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{bn}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} \quad (8.22)$$

maka terlihat Persamaan (8.22) ini sama dengan Persamaan (8.21)

Arus-arus line ini juga dapat dihitung dari hasil arus-arus fase dengan menggunakan arus Kirchhoff pada titik-titik simpul A, B dan C dengan cara sebagai berikut :

$$\text{Pada titik A :} \quad I_a = I_{AB} + I_{CA} \quad (8.23)$$

$$\text{Pada titik B :} \quad I_b = I_{BC} + I_{AB} \quad (8.24)$$

$$\text{Pada titik C :} \quad I_c = I_{CA} - I_{BC} \quad (8.25)$$

Oleh karena : $I_{CA} = I_{AB} \angle -240^\circ$ maka :

$$I_a = I_{Ab} - I_{AB} \angle -240^\circ = I_{AB} (1 - 1 \angle -240^\circ)$$

atau

$$I_a = I_{AB}(1 + 0,5 - j0,866) = I_{AB} (1,5 - j0,866) = I_{AB}(1,732 \angle -30^\circ)$$

atau :

$$I_a = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^\circ \quad (8.26)$$

Dari Persamaan (8.26) ini dapat dikatakan bahwa magnitud arus line I_L sama dengan $\sqrt{3}$ kali magnitud arus fase, sehingga :

$$I_L = \sqrt{3} I_p \quad (8.27)$$

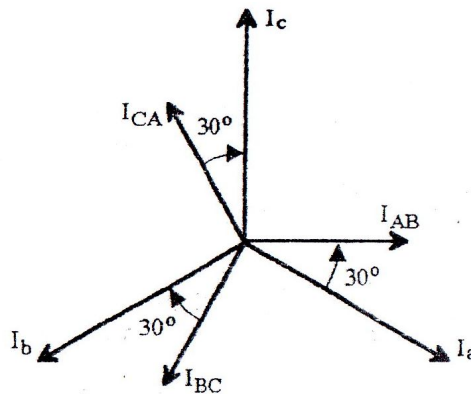
Dimana dalam hal ini :

$$I_L = |I_a| = |I_b| = |I_c| \quad (8.28)$$

dan :

$$I_p = |I_{AB}| = |I_{BC}| = |I_{CA}| \quad (8.29)$$

Dengan arus-arus line tertinggal dari arus fase yang diagram fasor-nya seperti pada Gambar 8.19 dibawah ini dengan asumsi urutan abc.

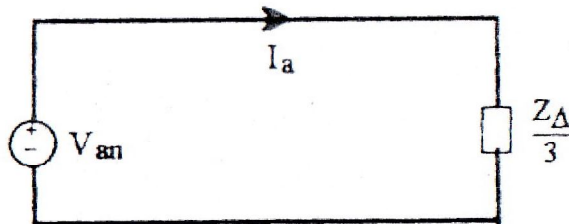


Gambar 8.19 Diagram fasor arus-arus line dan arus-arus fase pada hubungan Y-Δ seimbang

Sebagaimana telah diketahui bahwa transformasi hubungan Y-Δ atau sebaliknya dapat dilakukan dengan :

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

Sehingga setelah dilakukan transformasi terhadap beban yaitu dari hubungan Δ ke hubungan Y, maka perhitungan dari arus-arus line untuk sistem Y - Δ ini dapat juga dilakukan dengan mengambil bagian salah satu dari rangkaian fase-nya (misalnya fase a) seperti pada Gambar 8.20 dibawah ini.



Gambar 8.20 Rangkaian ekivalen satu fase pada hubungan Y - Δ seimbang

Contoh :

Sebuah sumber tegangan hubungan Y urutan abc yang seimbang dengan $V_{an} = 100 \angle 10^\circ$ v dihubungkan ke beban Δ seimbang dengan impedansi per fase adalah : $Z_{\Delta} = (8 + j4)\Omega$. Hitunglah arus-arus fase dan line.

Jawab :

Adapun impedansi beban :

$$Z_{\Delta} = 8 + j4 = 8,944 \angle 26,57^\circ \Omega$$

Bilamana tegangan fase : $V_{an} = 100 \angle 10^\circ$ volt, maka tegangan-tegangan line :

$$V_{ab} = (V_{an})\sqrt{3}\angle 30^\circ = 100\sqrt{3}\angle 10^\circ + 30^\circ = 100\sqrt{3}\angle 40^\circ = V_{AB}$$

atau

$$V_{AB} = 173,2 \angle 40^\circ \text{ volt}$$

maka :

Arus-arus fase :

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{173,2 \angle 40^\circ}{8,944 \angle 26,57} = 19,36 \angle 13,43^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = I_{AB} \angle -120^\circ = (19,36 \angle 13,43^\circ)(1 \angle -120^\circ) = 19,36 \angle -106,57^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = I_{AB} \angle 120^\circ = (19,36 \angle 13,43^\circ)(1 \angle 120^\circ) = 19,36 \angle 133,43^\circ \text{ A}$$

Arus-arus line :

$$I_a = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^\circ = \sqrt{3} (19,36 \angle 13,43^\circ)(1 \angle -30^\circ) = \sqrt{3} (19,36) \angle (13,43^\circ - 30^\circ)$$

atau :

$$I_a = 33,53 \angle -16,57^\circ \text{ A}$$

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = (33,53 \angle -16,57^\circ)(1 \angle -120^\circ) = (33,53 \angle (-16,57^\circ - 120^\circ))$$

atau :

$$I_b = 33,53 \angle -136,57^\circ$$

$$I_c = I_a \angle -120^\circ = (33,53 \angle -16,57^\circ)(1 \angle 120^\circ) = 33,53 \angle (-16,57^\circ + 120^\circ)$$

atau :

$$I_c = 33,53 \angle 103,43^\circ \text{ A}$$

Cara lain untuk menyelesaikan soal diatas adalah dengan menggunakan rangkaian ekivalen atau fase sebagai berikut :

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z\Delta/3} = \frac{100\angle 10^\circ}{(8,944\angle 26,57^\circ)/3} = \frac{100\angle 10^\circ}{2,981\angle 26,57^\circ} = 33,54\angle -16,57^\circ \text{ A}$$

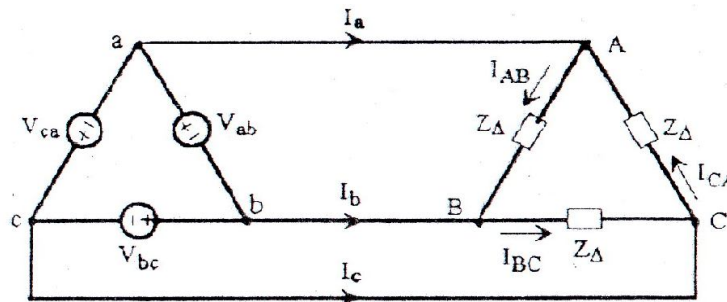
Untuk mencari I_b dan I_c sama dengan seperti diatas, sedangkan untuk mencari arus-arus fase dapat dilakukan berdasarkan Persamaan (8.27).

$$I_{AB} = \frac{I_a}{\sqrt{3}\angle -30^\circ} = \frac{33,54\angle -16,57^\circ}{\sqrt{3}\angle -30^\circ} = 19,36\angle 13,43^\circ \text{ A}$$

Untuk mencari I_{BC} dan I_{CA} dapat dilakukan seperti diatas.

8.4.3 Hubungan Δ - Δ Seimbang

Untuk hubungan ini sumber dan beban sama-sama dalam hubungan Δ yang seimbang seperti Gambar 8.21 dibawah ini.



Gambar 21. Hubungan Δ - Δ seimbang

Bila diasumsikan rangkaian diatas dalam urutan abc, maka :

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= V_p\angle 0^\circ \\ V_{bc} &= V_p\angle -120^\circ \\ V_{ca} &= V_p\angle 120^\circ \end{aligned} \right\} \quad (8.30)$$

dalam hubungan ini bila diasumsikan impedansi kawat penghubung sumber dan beban adalah nol, maka tegangan line sama dengan tegangan fase, maka :

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= V_{AB} \\ V_{bc} &= V_{BC} \\ V_{ca} &= V_{CA} \end{aligned} \right\} \quad (8.31)$$

sehingga arus-arus fase adalah :

$$\left. \begin{aligned} I_{AB} &= \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{ab}}{Z_{\Delta}} \\ I_{BC} &= \frac{V_{BC}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{bc}}{Z_{\Delta}} \\ I_{CA} &= \frac{V_{CA}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{ca}}{Z_{\Delta}} \end{aligned} \right\} \quad (8.32)$$

Untuk mencari arus-arus line, maka dipergunakan hukum arus Kirchoff pada titik-titik A; B dan C sehingga didapat :

$$\left. \begin{aligned} I_a &= I_{AB} - I_{CA} \\ I_b &= I_{BC} - I_{AB} \\ I_c &= I_{CA} - I_{BC} \end{aligned} \right\} \quad (8.33)$$

dimana arus-arus line tertinggal dari arus-arus fase dengan sudut 30° , sedangkan magnitud arus line I_L adalah $\sqrt{3}$ kali magnitud arus fase I_p atau dituliskan dengan :

$$I_L = \sqrt{3} I_p \quad (8.34)$$

Contoh :

Sebuah beban tiga fase seimbang dengan hubungan Δ dimana per-fase adalah $(20-j15)\Omega$, beban ini dihubungkan kesebuah generator Δ urutan abc dengan $V_{ab} = 330\angle 0^\circ$ v, maka apabila impedansi kawat penghubung antara generator dan beban diabaikan carilah arus-arus fase dan line.

Jawab :

Impedansi beban per-fase adalah :

$$Z_{\Delta} = (20 - j15) = 25\angle -36,87^\circ\Omega$$

Karena generator dengan urutan abc maka :

$$V_{AB} = V_p\angle 0^\circ; V_{BC} = V_p\angle -120^\circ \text{ dan } V_{CA} = V_p\angle 120^\circ.$$

dan $V_{AB} = V_{an}$

sehingga arus-arus fase :

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{330 \angle 0^{\circ}}{25 \angle -36,87^{\circ}} = 13,2 \angle 36,87^{\circ} \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{\Delta}} = \frac{330 \angle -120^{\circ}}{25 \angle -36,87^{\circ}} = 13,2 \angle -83,13^{\circ} \text{ A}$$

atau dapat juga dengan :

$$I_{BC} = I_{AB} \angle -120^{\circ} = (13,2 \angle 36,87^{\circ})(1 \angle -120^{\circ}) = 13,2 \angle -83,13^{\circ} \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{\Delta}} = \frac{330 \angle 120^{\circ}}{25 \angle -36,87^{\circ}} = 13,2 \angle 36,87^{\circ} \text{ A}$$

atau dapat juga dengan :

$$I_{CA} = I_{AB} \angle 20^{\circ} = (13,2 \angle 36,87^{\circ})(1 \angle 120^{\circ}) = 13,2 \angle 156,87^{\circ} \text{ A}$$

Untuk arus-arus line :

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} = (13,2 \angle 36,87^{\circ}) - (13,2 \angle 156,87^{\circ})$$

maka :

$$I_a = (10,559 + j7,92) - (-12,138 + j5,185) = 22,697 + j2,735 = 22,86 \angle 6,87^{\circ} \text{ A}$$

atau dapat juga dicari dengan :

$$I_a = \sqrt{3} I_{AB} 30^{\circ} = \sqrt{3} (13,2 \angle 36,87^{\circ})(1 \angle 30^{\circ}) = 22,86 \angle (36,87^{\circ} - 30^{\circ}) \text{ A}$$

maka :

$$I_a = 22,86 \angle 6,87^{\circ} \text{ A}$$

Selanjutnya :

$$I_b = I_{BC} - I_{AB} = (13,2 \angle -83,13^{\circ}) - (13,2 \angle 36,87^{\circ})$$

maka :

$$I_b = (1,578 - j13,105) - (10,559 + j7,92) = -8,981 - j21,025 = 22,86 \angle -113,13^{\circ} \text{ A}$$

atau dapat juga dicari dengan :

$$I_b = I_a \angle -120^{\circ} = (22,86 \angle 6,87^{\circ})(1 \angle -120^{\circ}) = 22,86 \angle -113,13^{\circ} \text{ A}$$

Selanjutnya :

$$I_c = I_{CA} - I_{CB} = (13,2 \angle 156,87^{\circ}) - (13,2 \angle -83,13^{\circ})$$

maka :

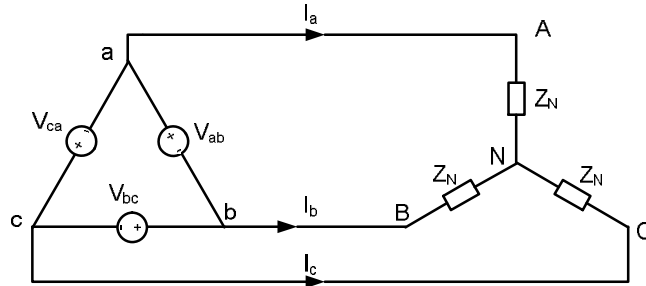
$$I_c = (-12,138 + j5,185) - (1,578 - j13,105) = (-13,716 + j18,29) = 22,86 \angle 126,87^{\circ} \text{ A}$$

atau dapat juga dicari dengan :

$$I_c = I_a \angle 120^{\circ} = (22,86 \angle 6,87^{\circ})(1 \angle 120^{\circ}) = 22,86 \angle 126,87^{\circ} \text{ A}$$

8.4.4 Hubungan Δ - Y Seimbang

Dalam hubungan ini beban Y seimbang dihubungkan dengan sumber tegangan Δ yang seimbang seperti Gambar 8.22. dibawah ini.



Gambar 8.22 Hubungan Δ - Y seimbang

Bila sumber tegangan diasumsikan dengan urutan abc, maka tegangan fase pada sumber adalah :

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= V_p \angle 0^\circ \\ V_{bc} &= V_p \angle -120^\circ \\ V_{ca} &= V_p \angle 120^\circ \end{aligned} \right\} \quad (8.35)$$

dengan tegangan line sama sebagaimana tegangan fase.

Untuk mencari arus-arus line (I_a ; I_b dan I_c) dipergunakan hukum tegangan Kirchhoff pada loop aANBba, sehingga persamaan tegangan pada loop tersebut adalah :

$$- V_{ab} + Z_Y I_a = Z_Y I_b = 0$$

atau :

$$Z_Y (I_a - I_b) = V_{ab} = V_p \angle 0^\circ$$

dengan demikian diperoleh :

$$I_a - I_b = \frac{V_p \angle 0^\circ}{Z_Y} \quad (8.36)$$

tetapi karena I_b tertinggal dari I_a dengan sudut 120° (diasumsikan urutan abc), maka dapat dituliskan bahwa :

$$I_b = I_a \angle -120^\circ$$

sehingga dengan demikian :

$$I_a - I_b = I_a (1 - 1 \angle 120^\circ)$$

atau :

$$I_a - I_b = I_a \left(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = I_a \sqrt{3} \angle 30^\circ \quad (8.37)$$

Kemudian Persamaan (8.37) didistribusikan kedalam Persamaan (8.36), sehingga diperoleh :

$$I_a \sqrt{3} \angle 30^\circ = \frac{V_p \angle 0^\circ}{Z_Y}$$

atau :

$$I_a = \frac{V_p \angle 0^\circ}{\sqrt{3} Z_Y \angle 30^\circ} = \frac{V_p}{\sqrt{3} Z_Y} \left(\frac{1 \angle 0^\circ}{\angle 30^\circ} \right)$$

atau :

$$I_a = \frac{V_p \sqrt{3} \angle -30^\circ}{Z_Y} \quad (8.38)$$

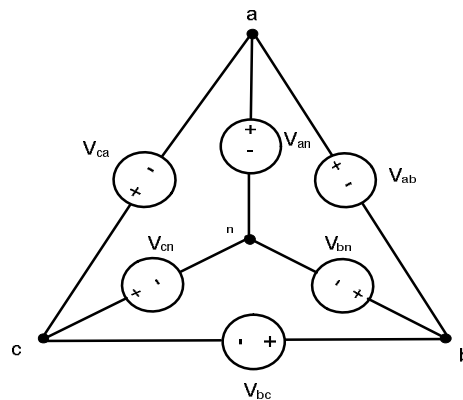
dengan cara seperti diatas maka akan diperoleh (untuk urutan abc) :

$$I_b = I_a \angle -120^\circ \quad (8.39)$$

dan :

$$I_c = I_a \angle 120^\circ \quad (8.40)$$

Adapun cara lain untuk mendapatkan arus-arus line pada hubungan ini adalah dengan menggantikan sumber dalam hubungan Δ dengan rangkaian ekivalen hubungan Y seperti pada Gambar 23 dibawah ini.



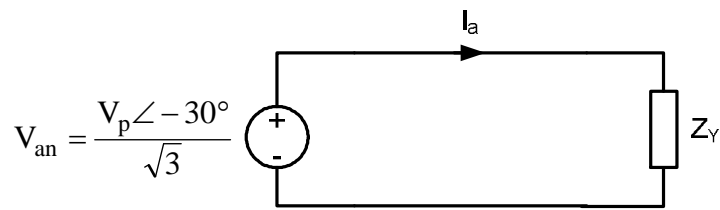
Gambar 8.23 Sumber tegangan dalam hubungan Δ ditransformasi menjadi hubungan Y

Adapun tegangan line pada hubungan Y mendahului tegangan fase dengan sudut 30° oleh karena itu untuk mendapatkan fase pada hubungan ekivalen Y tegangan pada hubungan Δ harus dibagi dengan $\sqrt{3}$ dan geser fase-nya dengan sudut -30° . Maka tegangan fase pada hubungan ekivalen Y menjadi :

$$\left. \begin{aligned} V_{an} &= \frac{V_p}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \\ V_{bn} &= \frac{V_p}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ \\ V_{cn} &= \frac{V_p}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ \end{aligned} \right\} \quad (8.41)$$

Kalau impedansi sumber dalam hubungan Δ adalah Z_S , maka bila ditransformasikan menjadi hubungan ekivalen Y haruslah impedansi sumber pada hubungan ekivalen Y ini menjadi : $Z_Y = Z \Delta/3$.

Setelah sumber dalam hubungan Δ ini ditransformasikan menjadi hubungan Y, maka sistem hubungan menjadi Y – Y, oleh karena itu dapat dibuat rangkaian ekivalen satu fase (misalkan fase a) seperti pada Gambar 8.24 dibawah dibawah ini.



Gambar 8.24 Rangkaian satu fase untuk sumber ekivalen Y

Sehingga dengan demikian arus line (line a) adalah :

$$I_a = \frac{V_p \sqrt{3} \angle -30^\circ}{Z_Y} \quad (8.42)$$

Selain mentransformasikan sumber dari hubungan dari Δ menjadi Y sehingga didapat hubungan Y – Y, maka dapat juga dilakukan mentransformasikan beban dari hubungan Y menjadi Δ sehingga didapat hubungan Δ – Δ , maka dalam hal ini :

$$\left. \begin{aligned}
 V_{AN} &= I_a Z_Y = \frac{V_p}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \\
 V_{BN} &= V_{AN} \angle -120^\circ \\
 V_{CN} &= V_{AN} \angle 120^\circ
 \end{aligned} \right\} \quad (8.43)$$

Sebagai lengkapnya dalam keempat hubungan di atas, maka hubungan arus-arus dengan tegangan-tegangan line dan fase dapat dilihat seperti Tabel 8.1, berikut ini.

Tabel 8.1 Ringkasan dari Tegangan/Arus Line pada Sistem Tiga Fase (Urutan abc)

Hubungan	Tegangan / Arus Fase	Tegangan / Arus Line
Y - Y	$V_{an} = V_p \angle 0^\circ$	$V_{ab} = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ$
	$V_{bn} = V_p \angle -120^\circ$	$V_{bc} = V_{ab} \angle -120^\circ$
	$V_{cn} = V_p \angle 120^\circ$	$V_{ca} = V_{ab} \angle 120^\circ$
	Sama dengan arus line	$I_a = V_{an} / Z_Y$ $I_b = I_a \angle -120^\circ$ $I_c = I_a \angle 120^\circ$
Y - Δ	$V_{an} = V_p \angle 0^\circ$	$V_{ab} = V_{AB} = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ$
	$V_{bn} = V_p \angle -120^\circ$	$V_{bc} = V_{BC} = V_{ab} \angle -120^\circ$
	$V_{cn} = V_p \angle 120^\circ$	$V_{ca} = V_{CA} = V_{ab} \angle 120^\circ$
	$I_{AB} = V_{AB} / Z_{\Delta}$	$I_a = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^\circ$
	$I_{BC} = V_{BC} / Z_{\Delta}$	$I_b = I_a \angle -120^\circ$
	$I_{CA} = V_{CA} / Z_{\Delta}$	$I_c = I_a \angle 120^\circ$
Δ - Δ	$V_{ab} = V_p \angle 0^\circ$	Sama dengan tegangan fase

	$V_{bc} = V_p \angle -120^\circ$	
	$V_{ca} = V_p \angle 120^\circ$	
	$I_{AB} = V_{ab} / Z_\Delta$	$I_a = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^\circ$
	$I_{BC} = V_{bc} / Z_\Delta$	$I_b = I_a \angle -120^\circ$
	$I_{CA} = V_{ca} / Z_\Delta$	$I_c = I_a \angle 120^\circ$
$\Delta - Y$	$V_{ab} = V_p \angle 0^\circ$	Sama dengan tegangan fase
	$V_{bc} = V_p \angle -120^\circ$	
	$V_{ca} = V_p \angle 120^\circ$	
	Sama dengan arus line	$I_a = \frac{V_p \angle -30^\circ}{\sqrt{3} Z_Y}$
		$I_b = I_a \angle -120^\circ$
		$I_c = I_a \angle 120^\circ$

Contoh :

Sebuah beban seimbang Y dengan impedansi per-fase $(40 + j25)\Omega$ dihubungkan ke sumber tegangan Δ seimbang (urutan abc) dengan tegangan line 210 v. Dengan mengabaikan impedansi kawat penghubung, carilah arus-arus fase (ambil referensi V_{ab})

Jawab :

Impedansi beban per-fase : $Z_Y = 40 + j25 = 47,17 \angle 32^\circ \Omega$

dan tegangan sumber : $V_{ab} = 210 \angle 0^\circ \text{ v}$

Apabila sumber Δ ditransformasikan menjadi Y maka :

$$V_{an} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 121,2 \angle -30^\circ \text{ v}$$

maka arus-arus line :

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} = \frac{121,1 \angle -30^\circ}{47,17 \angle 32^\circ} = 2,57 \angle -62^\circ \text{ A}$$

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = (2,57 \angle -62^\circ)(1 \angle -120^\circ) = 2,57 \angle -282^\circ \text{ A}$$

$$I_c = I_a \angle 120^\circ = (2,57 \angle -62^\circ)(1 \angle 120^\circ) = 2,57 \angle 58^\circ \text{ A}$$

8.5 Daya Pada Sistem Tiga Fasa Seimbang

Adapun daya sesaat yang diserap oleh suatu beban misalkan beban dengan hubungan Y dimana tegangan fasa pada beban ini dinyatakan dengan :

$$\left. \begin{aligned} v_{AN} &= \sqrt{2} V_p \cos \omega t \\ v_{BN} &= \sqrt{2} V_p \cos(\omega t - 120^\circ) \\ v_{CN} &= \sqrt{2} V_p \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (8.44)$$

adapun faktor $\sqrt{2}$ diperlukan karena V_p adalah merupakan harga rms dari tegangan fasa.

Kalau impedansi beban dinyatakan dengan $Z_Y = Z \angle \theta^\circ$, sedangkan arus-arus fasa tertinggal dari tegangan-tegangan fasa dengan sudut θ maka :

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta) \\ I_b &= \sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta - 120^\circ) \\ I_c &= \sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (8.45)$$

dimana I_p merupakan arus fasa (rms)

Maka total daya sesaat pada beban tersebut adalah jumlah daya sesaat dari setiap fasa atau dituliskan dengan :

$$p = p_a + p_b + p_c = v_{AN} i_a + v_{BN} i_b + v_{CN} i_c$$

atau :

$$p = [\sqrt{2} V_p \cos \omega t][\sqrt{2} I_p \cos \omega t - \theta] + [\sqrt{2} V_p \cos(\omega t - 120^\circ)][\sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta - 120^\circ)] \\ + [\sqrt{2} V_p \cos(\omega t + 120^\circ)][\sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta + 120^\circ)]$$

atau :

$$p = 2V_p I_p [\cos \omega t \cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\omega t - \theta + 120^\circ) \\ + \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\omega t - \theta - 120^\circ)]$$

dalam trigonometri : $\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$, sehingga :

$$\begin{aligned}
p &= 2V_p I_p \left[\frac{1}{2} \{ \cos(\omega t + \omega t - \theta) + \cos(\omega t - \omega t + \theta) \} \right. \\
&\quad + \frac{1}{2} \{ \cos(\omega t - 120^\circ + \omega t - \theta - 120^\circ) + \cos(\omega t - 120^\circ - \omega t + \theta + 120^\circ) \} \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \{ \cos(\omega t + 120^\circ + \omega t - \theta + 120^\circ) + \cos(\omega t + 120^\circ - \omega t + \theta - 120^\circ) \} \right]
\end{aligned}$$

atau :

$$\begin{aligned}
p &= 2V_p I_p \left[\frac{1}{2} \{ \cos(2\omega t - \theta) + \cos \theta \} + \frac{1}{2} \{ \cos(2\omega t - \theta - 240^\circ) + \cos \theta \} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \{ \cos(2\omega t - \theta + 240^\circ) + \cos \theta \} \right]
\end{aligned}$$

atau

$$p = 2V_p I_p \frac{1}{2} \{ 3 \cos \theta + \cos(2\omega t - \theta) + \cos(2\omega t - \theta - 240^\circ) + \cos(2\omega t - \theta + 240^\circ) \}$$

Bila dimisalkan : $\alpha = (2\omega t - \theta)$, maka :

$$p = 2V_p I_p \frac{1}{2} \{ 3 \cos \theta + \cos \alpha + \cos(\alpha - 240^\circ) + \cos(\alpha + 240^\circ) \}$$

mengingat :

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

dan :

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

maka :

$$p = V_p I_p \{ 3 \cos \theta + \cos \alpha + \cos \alpha \cdot \cos 240^\circ + \sin \alpha \cdot \sin 240^\circ + \cos \alpha \cdot \cos 240^\circ - \sin \alpha \cdot \sin 240^\circ \}$$

atau :

$$p = V_p I_p \{ 3 \cos \theta + \cos \alpha + 2 \cos \alpha \cdot \cos 240^\circ \}$$

atau :

$$p = 3V_p I_p \cos \theta$$

maka terlihat bahwa harga sesaat dari daya pada sistem fasa tidak berubah terhadap waktu seperti daya sesaat per fasa-nya dan ini juga berlaku untuk beban dengan hubungan Δ .

Oleh karena total daya sesaat pada sistem tiga fasa bukan merupakan fungsi waktu, maka daya rata-rata per fasa P_p untuk beban Y ataupun Δ adalah $p/3$, atau :

$$P_p = V_p I_p \cos \theta \tag{8.46}$$

sehingga :

$$\text{Daya reaktif : } Q_p = V_p I_p \sin \theta \tag{8.47}$$

$$\text{Daya semu : } S_p = V_p I_p \quad (8.48)$$

Sedangkan daya kompleks per-fasa :

$$S = P_p + jQ_p = \mathbf{V_p I_p^*} \quad (8.49)$$

Dimana V_p dan I_p adalah tegangan dan arus per-fasa dengan magnitud V_p dan I_p .

Daya total rata-rata pada sistem tiga fasa adalah jumlah daya rata-rata per-fasa, sehingga dengan demikian dapat dituliskan.

$$P = P_a + P_b + P_c = 3P_p = 3V_p I_p \cos \theta \quad (8.50)$$

Pada beban hubungan Y arus line (I_L) sama dengan arus fasa (I_p) akan tetapi

tegangan Line $V_L = \sqrt{3} V_p$ atau : $V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_L$, sehingga Persamaan (8.50) menjadi :

$$P = 3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} V_L \right) I_L \cos \theta$$

atau :

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad (8.51)$$

demikian pula halnya dengan :

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta \quad (8.52)$$

$$S = \sqrt{3} V_L I_L \quad (8.53)$$

Pada beban hubungan Δ tegangan line (V_L) sama dengan tegangan fasa (V_p) akan

tetapi pada beban Δ ini $I_L = \sqrt{3} I_p$ atau $I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$, sehingga persamaan (8.50) menjadi :

$$P = 3 V_L \left(\frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L \right) \cos \theta$$

atau :

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$$

maka dengan demikian untuk rumus daya pada beban Y dan Δ seimbang adalah sama.

Adapun total daya kompleks pada sistem tiga fasa seimbang adalah :

$$S = 3S_p = 3V_p I_p^* = 3I_p^2 Z_p = \frac{3V_p^2}{Z_p^*} \quad (8.54)$$

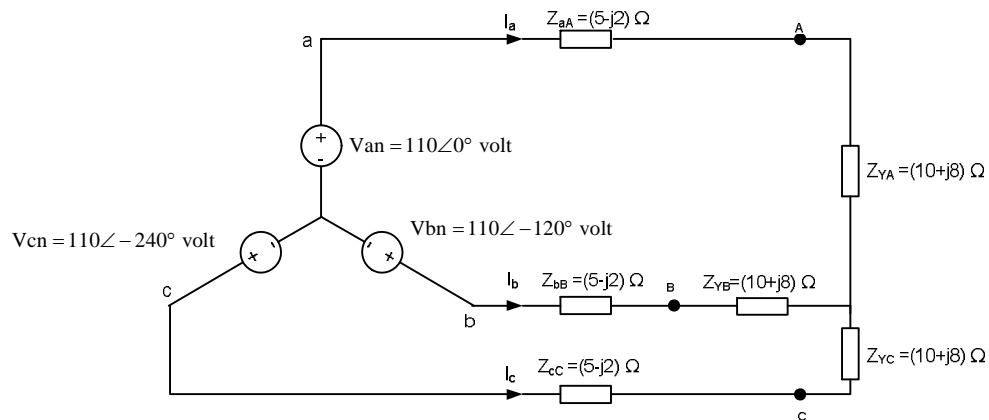
dalam hal ini $Z_p = Z_p \angle \theta$ merupakan impedansi beban per-fasa (Y ataupun Δ) yang seimbang dan secara umum Persamaan (8.54) dapat dituliskan dengan bentuk :

$$S = P + jQ = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad (8.55)$$

Perlu diingat bahwa V_p ; I_p ; V_L dan I_L berupa harga rms dan θ adalah sudut impedansi dari beban atau sudut antara tegangan fasa dengan arus fasa.

Contoh :

Pada rangkaian dibawah ini carilah total daya aktif, reaktif dan daya kompleks pada sumber; pada beban dan juga pada saluran (ambil urutan abc)



Jawab :

Diambil satu fasa (misalnya fasa a) maka :

$$V_{an} = 110 \angle 0^\circ \text{ v} = V_p$$

dan :

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} = \frac{110 \angle 0^\circ}{16,155 \angle 21,80^\circ} = 6,81 \angle -21,8^\circ \text{ A} = I_p$$

Sehingga daya kompleks dari sumber :

$$S_s = -3V_p I_p^* = (3 (110 \angle 0^\circ)(6,81 \angle 21,8^\circ = -2247 \angle 21,8^\circ$$

atau :

$$S_s = -2247 \angle 21,8^\circ = -(2087,3 + j834,5) \text{ VA} \quad (*)$$

Sehingga :

Daya aktif/nyata dan daya reaktif dari sumber :

$$P_s = -2087,3 \text{ watt}$$

$$Q_s = -834,5 \text{ VAR}$$

Catatan : tanda negatif pada **S**s hanyalah menandakan sumber sebagai pemberi daya.

Impedansi beban per-fasa

$$Z_p = (10 + j8) = 12,8 \angle 38,66^\circ \Omega$$

Dimana arus beban per-fasa : $I_a = 6,81 \angle -21,8^\circ \text{A} = I_p$

Sehingga daya kompleks pada beban :

$$S_{\text{load}} = 3|I_p|^2 Z_p$$

atau :

$$S_{\text{beban}} = 3|6,81|^2 (12,81 \angle 36,66^\circ) = 1782,23 \angle 38,66^\circ \text{VA}$$

atau :

$$S_{\text{beban}} = (1391,68 + j1113,35) \text{VA} \quad (**)$$

maka :

Daya aktif/nyata yang diserap oleh beban :

$$P_{\text{beban}} = 1391,68 \text{ watt}$$

Daya reaktif yang diserap oleh beban :

$$Q_{\text{beban}} = 1113,35 \text{ VA}$$

Adapun impedansi kawat yang menghubungkan sumber dengan beban

$$Z_L = (5 - j2) = 5,38 \angle -21,8^\circ \Omega$$

Sehingga daya kompleks yang diserap oleh kawat penghubung tersebut :

$$S_K = 3|I_p|^2 Z_L = 3(6,81)^2 (5,385 \angle 21,8^\circ) = 749,2 \angle 21,8^\circ \text{VA}$$

atau :

$$S_K = (695,62 - j278,22) \text{VA}$$

maka :

Daya aktif/nyata yang diserap oleh kawat penghubung :

$$P_k = 695,62 \text{ watt}$$

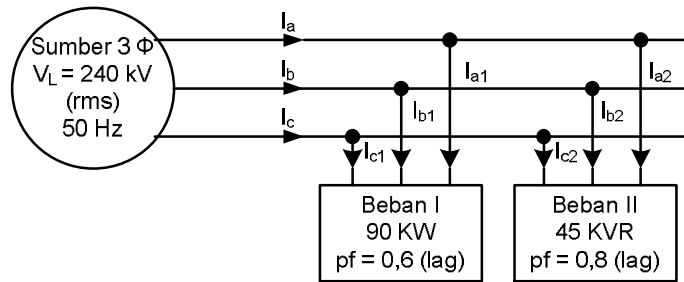
Daya reaktif yang diserap kawat :

$$Q_k = -278,22 \text{ VAR}$$

Selain dengan cara diatas, maka S_k dapat juga dicari dengan (*) dengan (**)

Contoh :

Sebuah sumber tiga fasa mensuplai dua buah beban seimbang seperti gambar dibawah ini :



Dengan mengasumsikan sumber dengan urutan a bc, maka carilah :

- Daya kompleks, daya nyata dan daya reaktif yang diserap oleh kedua beban
- Arus – arus line I_a ; I_b dan I_c
- Besarnya daya reaktif dari tiga buah kapasitor terhubung Δ , yang dipasang paralel dengan beban agar power faktor sistem gabungan kedua beban diperbaiki menjadi 0,9 (lag) dan kapasitansi masing-masing kapasitor.

Jawab :

a. Beban 1 :

Daya nyata : $P_1 = 30 \text{ kW}$; $\cos \theta_1 = 0,6 \text{ (lag)}$ maka : $\theta_1 = \cos^{-1}0,6 = 53,13^\circ$ dan $\sin \theta_1 = 0,8$

Maka :

$$\text{Daya semu : } S_1 = \frac{P_1}{\cos \theta_1} = \frac{30}{0,6} = 50 \text{ KVA}$$

$$\text{Daya reaktif : } Q_1 = S_1 \sin \theta_1 = 50(0,8) = 40 \text{ KVAR}$$

$$\text{Daya kompleks : } S_1 = P_1 + jQ_1 = (30 + j40) \text{ KVA}$$

Beban 2 :

Daya reaktif : $Q_2 = 45 \text{ KVAR}$; $\cos \theta_2 = 0,8 \text{ (lag)}$ maka : $\theta_2 = \cos^{-1}0,8 = 36,87^\circ$ dan $\sin \theta_2 = 0,6$

Maka

$$\text{Daya semu : } S_2 = \frac{Q_2}{\sin \theta_2} = \frac{45}{0,6} = 75 \text{ KVA}$$

$$\text{Daya nyata : } P_2 = \frac{Q_2}{\cos \theta_2} = \frac{45}{0,8} = 60 \text{ kW}$$

Daya kompleks : $S_2 = P_2 + jQ_2 = (60 + j45) \text{ KVA}$

Sehingga Total daya kompleks kedua beban :

$$S = S_1 + S_2 = (30 + j40) + (60 + j45) = (90 + j85) \text{ KVA} = 123,79 \angle 43,36^\circ \text{ KVA}$$

dengan :

$$\text{pf}_{\text{total}} = \cos(43,36^\circ) = 0,727 \text{ (lag)}$$

Total daya nyata kedua beban : $P = 90 \text{ KW}$

Total daya reaktif kedua beban : $Q = 85 \text{ KVAR}$

b. Karena : $S = \sqrt{3} V_L I_L$

atau :
$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3} V_L}$$

Untuk beban 1 :

$$I_{L1} = \frac{S_1}{\sqrt{3} V_L} = \frac{50.000}{\sqrt{3} 240.000} = 0,12028 \text{ A} = 120,28 \text{ mA}$$

Karena faktor daya tertinggal (lag), arus line tertinggal dari tegangan line sebesar sudut $\theta_1 = \cos^{-1} 0,6 = 53,13^\circ$, maka :

$$I_{a1} = 120,28 \angle -53,13^\circ \text{ mA} = (72,168 - j96,223) \text{ mA}$$

Untuk beban 2 :

$$I_{L2} = \frac{S_2}{\sqrt{3} V_L} = \frac{75.000}{\sqrt{3} 240.000} = 0,1804 \text{ A} = 180,42 \text{ mA}$$

Karena faktor daya tertinggal (lag), maka arus line tertinggal dari tegangan line sebesar sudut $\theta_2 = \cos^{-1} 0,8 = 36,87^\circ$, maka :

$$I_{a2} = 180,42 \angle -36,87^\circ \text{ mA} = (144,336 - j108,252) \text{ mA}$$

Maka total arus line :

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = (72,168 - j96,233) + (144,336 - j108,252) = (216,504 - j204,475) \text{ mA}$$

atau :

$$I_a = 297,8 \angle -43,36^\circ \text{ mA}$$

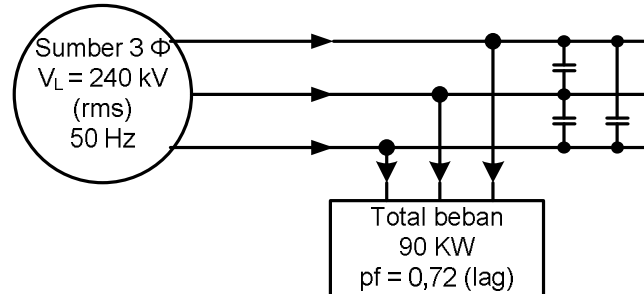
sehingga :

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = (297,8 \angle -43,36^\circ)(1 \angle -120^\circ) = 297,8 \angle -163,36^\circ \text{ mA}$$

dan :

$$I_c = I_a \angle -120^\circ = (297,8 \angle -43,36^\circ)(1 \angle 120^\circ) = 297,8 \angle 76,64^\circ \text{mA}$$

- c. Adapun pemasangan kapasitor yang dimaksud untuk perbaikan faktor daya adalah sebagai berikut :



Untuk memperbaiki faktor daya dari 0,72 (lag) menjadi 0,9 (lag) dapat dipergunakan rumus :

$$Q_c = P(\tan \theta_{0,727} - \tan \theta_{0,9})$$

dimana :

Q_c = daya reaktif kapasitor yang diperlukan

P = total daya nyata = 90KW

$\theta_{0,727}$ = sudut faktor daya pada saat faktor daya 0,727 = $\cos^{-1} 0,727 = 43,36^\circ$

$\theta_{0,9}$ = sudut faktor daya pada saat faktor daya 0,9 = $\cos^{-1} 0,9 = 25,84^\circ$

maka :

$$Q_c = 90(\tan 43,36^\circ - \tan 25,84^\circ) = 90(0,944 - 0,484) = 41,4 \text{ KVAR}$$

Q_c adalah merupakan daya reaktif dari ketiga kapasitor yang terhubung secara Δ , maka daya reaktif per kapasitor adalah :

$$Q'_c = \frac{Q_c}{3} = \frac{41,4 \text{ KVAR}}{3} = 13,8 \text{ KAVR}$$

sehingga kapasitansi sebuah kapasitor yang diperlukan :

$$C = \frac{Q'_c}{\omega V^2}$$

Karena kapasitor terhubung secara Δ , maka V adalah merupakan tegangan line 240KV, sehingga :

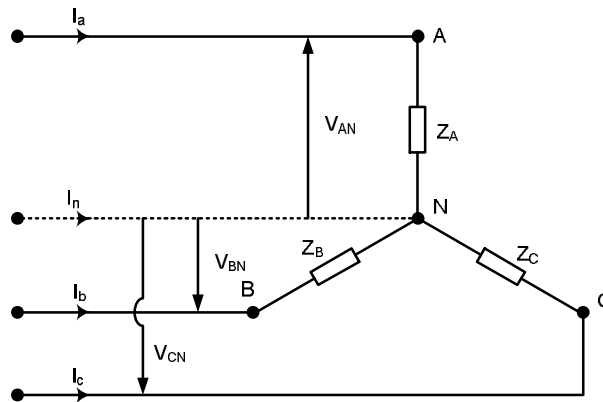
$$C = \frac{13800}{2\pi \cdot 50 \cdot (240000)^2} = 7,626 \cdot 10^{-10} \text{F} = 762,5 \text{pF}$$

8.6 Sistem Tiga Fasa Tak Seimbang

Ada dua kemungkinan dalam sistem tiga fasa tak seimbang ini :

1. Tegangan sumber tak seimbang yaitu tidak sama besar magnitud atau beda sudut fasa tidak sama.
2. Impedansi beban tidak sama

maka disini yang dibahas untuk sistem tiga fasa tidak seimbang adalah impedansi yang tak seimbang seperti pada Gambar 8.25 dibawah ini :



Gambar 8.25 Sistem tiga dengan beban Y tak seimbang

Karena beban tidak seimbang maka Z_A ; Z_B dan Z_C tidak sama, sehingga untuk mencari arus-arus line dipergunakan hukum Ohm sebagai berikut :

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \frac{V_{AN}}{Z_A} \\ I_b &= \frac{V_{BN}}{Z_B} \\ I_c &= \frac{V_{CN}}{Z_C} \end{aligned} \right\} \quad (8.56)$$

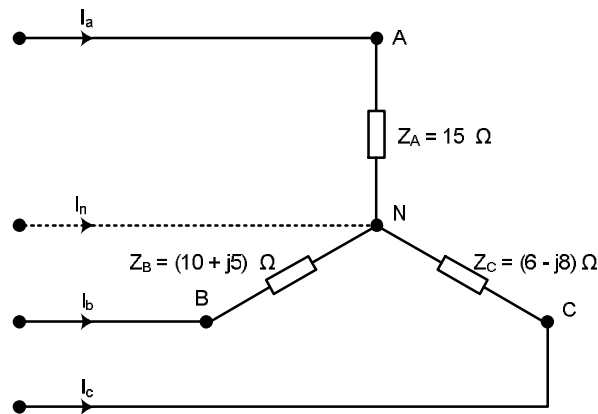
Pada beban tak seimbang ini akan muncul arus netral, tidak seperti pada beban seimbang dimana arus netral-nya adalah nol, dimana arus netral ini dapat dicari dengan menggunakan hukum arus Kirchoff pada titik simpul N sehingga :

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c) \quad (8.57)$$

Pada sistem tiga kawat (tanpa kawat netral), arus-arus line I_a ; I_b dan I_c dapat dicari dengan menggunakan metode arus Mesh dan akibatnya $(I_a + I_b + I_c) = 0$ seperti pada hubungan ($\Delta - Y$); (Yang - Δ) atau ($\Delta - \Delta$).

Contoh :

Rangkaian tiga fasa seperti dibawah ini dimana : $V_{AN} = 100 \angle 0^\circ$ v; $V_{BN} = 100 \angle 120^\circ$ v dan $V_{CN} = 100 \angle -120^\circ$



Hitung arus-arus line dan arus netral (sumber urutan abc)

Jawab :

Arus-arus line :

$$I_a = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{100 \angle 0^\circ}{15} = 6,67 \angle 0^\circ = (6,67 + j0)A$$

$$I_b = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{100 \angle 120^\circ}{(10 + j5)} = \frac{100 \angle 120^\circ}{11,18 \angle 26,56^\circ} = 8,94 \angle 93,44^\circ = (-0,54 + j8,92)A$$

$$I_c = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{100 \angle -120^\circ}{(6 - j8)} = \frac{100 \angle -120^\circ}{10 \angle -53,13^\circ} = 10 \angle -66,87^\circ = (3,93 + j9,2)A$$

Arus netral :

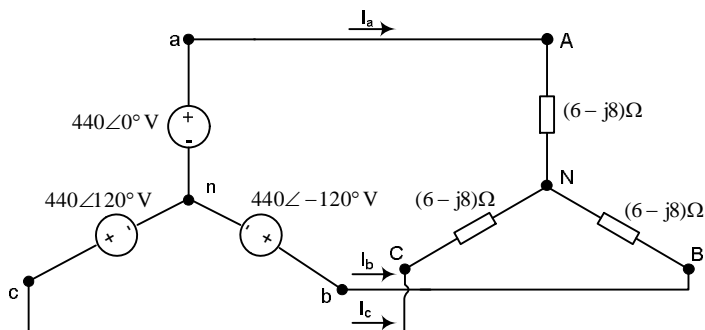
$$I_n = -(I_a + I_b + I_c) = -(6,67 + j0 - 0,54 + j8,92 + 3,93 - j9,2) = -(10,06 - j0,28)$$

atau :

$$I_n = -10,06 + j0,28 = 10,06 \angle 178,4^\circ A$$

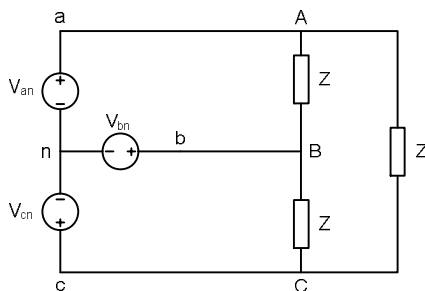
8.7 Soal Latihan

1. Tentukanlah urutan fasa dari suatu rangkaian tiga fasa dari suatu rangkaian tiga fasa seimbang bilamana $V_{bn} = 208\angle 130^\circ \text{ V}$ dan $V_{cn} = 208\angle 10^\circ \text{ V}$, serta berapa besar V_{an} .
2. Dari rangkaian seperti di bawah ini :



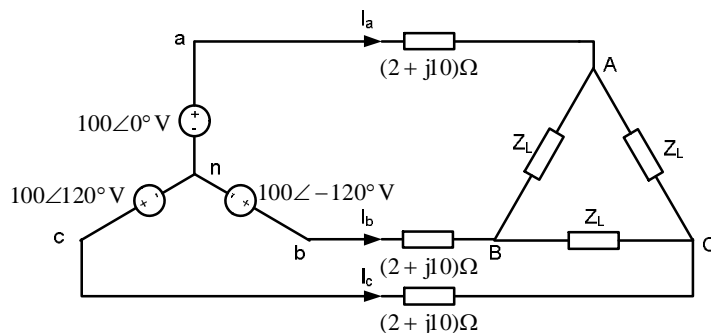
Hitunglah : arus-arus line (I_a ; I_b dan I_c).

3. Rangkaian tiga fasa sebagai berikut bilamana $I_{bB} = 30\angle 60^\circ \text{ A}$ dan $V_{BC} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

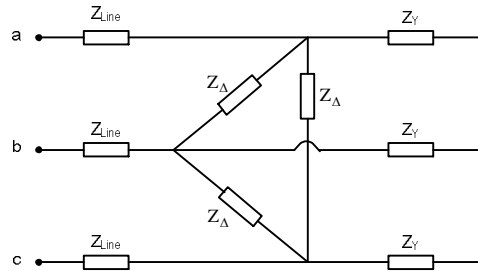


dari rangkaian di atas hitunglah : V_{an} ; V_{AB} ; I_{AC} dan Z .

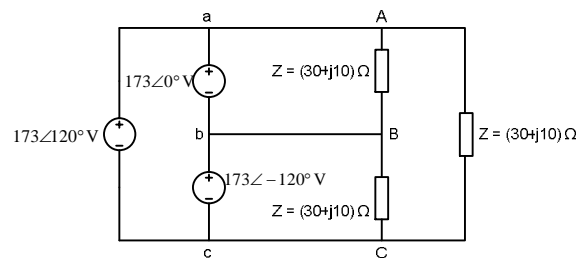
4. Pada rangkaian di bawah ini hitunglah I_a ; I_b dan I_c apabila $Z_L = (18 + j15) \Omega$



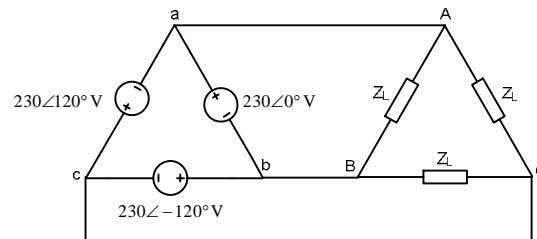
5. Pada rangkaian di bawah ini dengan sumber tegangan seimbang tegangan line 220 V dengan $Z_{line} = (1+j1) \Omega$ sedangkan $Z_{\Delta} = (24-j30) \Omega$ dan $Z_Y = (12+j5) \Omega$. Carilah besar magnitud dari arus-arus line.



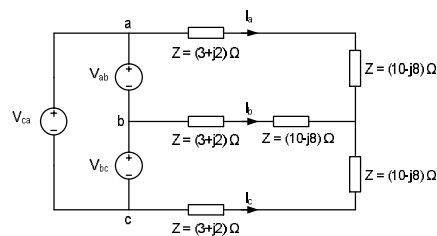
6. Pada rangkaian di bawah ini hitunglah arus-arus faasa dan line.



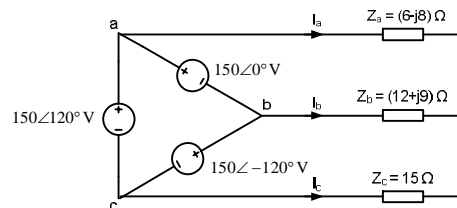
7. Dari rangkaian di bawah ini hitunglah arus I_{AC} dan I_b bilamana $Z_L = (10+j8) \Omega$.



8. Kalau pada rangkaian di bawah ini $V_{ab} = 440\angle 30^\circ \text{ V}$; $V_{bc} = 440\angle 250^\circ \text{ V}$ dan $V_{ca} = 440\angle 130^\circ \text{ V}$, maka carilah arus-arus line.



9. Suatu rangkaian tiga fasa seimbang hubungan Δ -Y dengan sumber urutan positif bilamana $V_{ab} = 220\angle 20^\circ$ V dan $Z_Y = (10+j15) \Omega$, hitunglah arus-arus line pada rangkaian tersebut.
10. Sebuah beban Y seimbang menyerap daya total 5 kW pada faktor daya 0,6 (lead) bila dihubungkan ke sumber tegangan dengan tegangan line 240 V. Hitunglah daya kompleks perfasa dan total daya kompleks dari beban tersebut.
11. Sebuah beban Δ dihubungkan ke sumber tegangan line 240 V dan frekuensi 60 Hz, bilamana beban menyerap daya pada setiap fasa-nya 6 kW pada faktor daya 0,8 (lag) maka hitunglah :
- Impedansi beban per-fasa.
 - Arus-arus line.
 - Besar kapasitas kapasitor yang dipasangkan paralel pada setiap fasa beban agar arus yang diserap dari sumber tegangan minimal.
12. Pada rangkaian di bawah ini bilamana $Z_a = (6-j8) \Omega$; $Z_b = (12+j9) \Omega$ dan $Z_c = 15 \Omega$, maka carilah arus-arus line I_a ; I_b dan I_c .



13. Sebuah beban tiga fasa hubungan Y dengan $Z_{AN} = (60+j80) \Omega$; $Z_{BN} = (100-j120) \Omega$ dan $Z_{CN} = (30+j40) \Omega$ dihubungkan ke sumber tegangan seimbang hubungan Y dengan $V_p = 220$ V. Hitunglah total daya kompleks yang diserap oleh beban.