BAB 7
RANGKAIAN GANDENG MAGNETIK

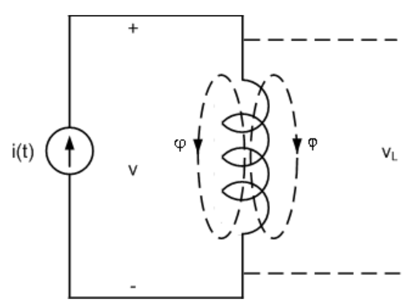
7.1 Pendahuluan

Bilamana dua buah rangkaian atau lebih yang terhubung secara langsung atau tidak satu sama lainnya, akan tetapi mempunyai pangaruh antara satu sama lainnya secara magnetik, diakibatkan adanya medan magnet disalah satu rangkaian tersebut, maka rangkaian tersebut dikatakan rangkaian gandeng magnetik (*magnetically couple*).

Pada beberapa peralatan listrik yang dibuat berdasarkan prinsip di atas, misalnya seperti transformator yang dipergunakan pada sistem tenaga listrik yang fungsinya untuk mentransfer energi listrik dari suatu loop ke loop yang lainnya pada frekuensi tetap. Transformator ini ada yang disebut sebagai transformator penaik tegangan (step up) atau sebagai penurun tegangan (step down), dan selain itu transformator juga pada peralatan elektronika.

7.2 Induktansi Timbal Balik (*Mutual Indutance*)

Apabila dua buah induktor / kumparan / koil (N_1 dan N_2) yang berdekatan satu sama lainnya, dan bilamana salah satu kumparan dialiri oleh arus (misalnya N_1) tersebut akan timbul fluksi magnetik, dimana fluksi ini ada yang merambat ke kumparan N_2, yang mana fluksi yang merambat ke kumparan N_2 akan menimbulkan tegangan pada kumparan N_2 (sering disebut sebagai tegangan induksi), maka fenomena di atas dikenal dengan induksi timbal balik (*mutual indutance*). Sebagai ilustrasi perhatikan gambar rangkaian di bawah ini :



Gambar 7.1 Fluksi magnetik yang dibangkitkan pada kumparan dengan N belitan.

Gambar di atas memperlihatkan sebuah kumparan dengan banyak belitan N. Bilamana arus i mengalir melalui kumparan tersebut, maka disekeliling kumparan akan timbul fluksi magnetik φ, dan berdasarkan hukum Faraday, pada kumparan akan terjadi tegangan induksi sebesar v yang sebanding dengan perkalian jumlah belitan N dengan perubahan fluksi φ perwaktu, atau dapat dinyatakan dengan :

$$v = N\frac{d\varphi}{dt} \tag{7.1}$$

akan tetapi karena fluksi φ yang dihasilkan oleh arus I, maka dapat dikatakan perubahan fluksi φ juga diakibatkan oleh perubahan arus, atau dituliskan dengan :

$$v = N\frac{d\varphi}{di}.\frac{di}{dt} \tag{7.2}$$

Sebagaimana diketahui bilamana sebuah induktor dialiri arus, maka akan terjadi tegangan pada induktor tersebut sebesar :

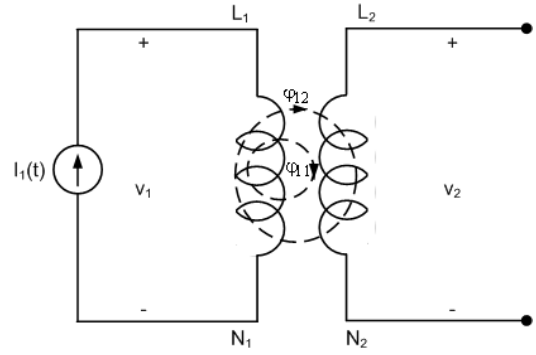
$$v_L = L\frac{di}{dt} \tag{7.3}$$

karena $v = v_L$, maka dari persamaan (7.2) dan (7.3) diperoleh :

$$L = N\frac{d\varphi}{dt} \tag{7.4}$$

dimana L adalah persamaan (7.4) dikenal dengan induktansi diri (*self-indutance*).

Selanjutnya apabila dua buah kumparan dengan induktansi L_1 dan L_2 dimana jumlah belitan masing-masing kumparan adalah N_1 dan N_2 saling didekatkan satu sama lainnya yang digambarkan sebagai berikut :



Gambar 7.2 Induktansi timbal balik dari kumparan N_2 terhadap kumparan N_1

Untuk penyederhanaan, maka diasumsikan kumparan N_2 tidak dialiri arus. Oleh karena kumparan N_1 dialiri oleh arus, maka pada kumparan N_1 ini timbul fluksi φ_1, dimana fluksi ini terbagi menjadi dua bagian yaitu φ_{11} dan φ_{12}. Fluksi φ_{11} ini adalah fluksi yang hanya melingkupi N_1, sedangkan fluksi φ_{12} adalah fluksi yang berasal dari kumparan N_1 yang melingkupi kumparan N_2. Sehingga dengan demikian besar fluksi yang timbul pada kumparan N_1 akibat adanya arus yang mengalir pada kumparan ini dapat dituliskan dengan :

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12} \tag{7.5}$$

maka walaupun kedua kumparan ini secara fisik terpisah, akan tetapi mereka dikatakan terhubung secara magnetik.

Karena adanya φ_1, maka pada kumparan N_1 terjadi tegangan induksi sebesar :

$$v_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} \tag{7.6}$$

Selanjutnya karena adanya φ_{12}, maka pada kumparan N_2 akan timbul juga tegangan induksi sebesar :

$$v_2 = \frac{d\varphi_{12}}{dt} \tag{7.7}$$

Adapun fluksi-fluksi yang ada pada kumparan N_1, disebabkan oleh karena adanya arus i_1 yang mengalir pada kumparan N_1, yang mana fluksi ini akan menimbulkan tegangan induksi v_1 pada kumparan N_1 seperti yang diperlihatkan oleh Persamaan (7.6). Oleh karena itu Persamaan (7.6) ini dapat dibuat dalam bentuk :

$$v_1 = N_1 \frac{d\varphi_1}{dt} . \frac{di_1}{dt} = L_1 . \frac{di_1}{dt} \tag{7.8}$$

dimana :

$$L_1 = N_1 \frac{d\varphi_1}{dt} \tag{7.9}$$

disebut sebagai induktansi diri (self-indutance) dari kumparan N_1.

Demikian pula halnya degan Persamaan (7.7) dapat dubuat dalam bentuk :

$$v_2 = N_2 \frac{d\varphi_{12}}{di_1} . \frac{di_1}{dt} \tag{7.10}$$

bila dimisalkan :

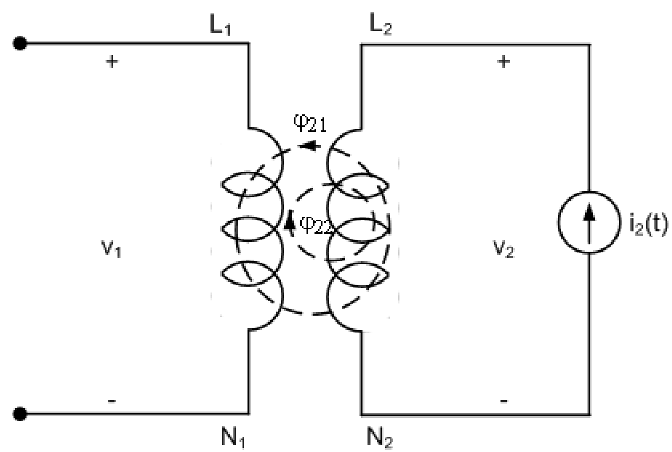
$$M_{12} = N_2 \frac{d\varphi_{12}}{di_1} \tag{7.11}$$

maka Persamaan (7.10) menjadi :

$$v_2 = M_{12}\frac{di_1}{dt} \qquad (7.12)$$

dimana M_{21} ini disebut sebgai induktansi timbal balik dari kumparan N_2 akibatnya φ_{12} dari kumparan N_1, dimana subskrit 21 mengindikasikan hubungan tegangan induksi pada kumparan N_2 dengan arus pada kumparan N_1.

Selanjutnya apabila arus i_2 yang mengalir pada kumparan N_2, seperti gambar berikut ini:



Gambar 7.3 Induktansi timbal balik M_{12} pada kumparan N_1 yang diakibatkan kumparan N_2

Apabila kumparan N_2 dialiri arus i_2, maka pada kumparan N_2 ini timbul fluksi φ_2, dimana fluksi ini terbagi menjadi dua bagian yaitu φ_{22} dan φ_{21}. Fluksi φ_{22} adalah fluksi yang hanya melingkupi N_2 sedangkan fluksi φ_{21} adalah fluksi yang bersasal dari kumparan N_2 yang melingkupi kumparan N_1. Sehingga dengan demikian besar fluksi φ_2 yang timbul pada kumparan N_2 akibat adanya arus i_2 yang mengalir pada kumparan ini dapat dituliskan dengan :

$$\varphi_2 = \varphi_{22} + \varphi_{21} \qquad (7.13)$$

Karena adanya φ_2, maka pada kumparan N_2 terjadi tegangan induksi sebesar :

$$v_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} \qquad (7.14)$$

selanjutnya karena adanya φ_{21} pada kumparan N_1, maka pada kumparan N_1 akan timbul juga tegangan induksi sebesar :

$$v_1 = N_1 \frac{d\varphi_{21}}{dt} \tag{7.15}$$

Adapun fluksi-fluksi yang ada pada kumparan N_2, disebabkan oleh karena adanya arus i_2 yang mengalir pada kumparan N_2, yang mana fluksi ini akan menimbulkan tegangan induksi v_2 pada kumparan N_2 seperti yang diperlihatkan oleh Persamaan (7.14), oleh karena itu Persamaan (7.14) ini dapat dibuat dalam bentuk :

$$v_2 = N_2 \frac{d\varphi_2}{dt} \cdot \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{7.16}$$

dimana :

$$L_2 = N_2 \frac{d\varphi_2}{dt} \tag{7.17}$$

disebut sebagai induktansi diri (*self-indutance*) dari kumparan N_2. Karena pada kumparan N_1, hanya ada φ_{21}, dimana fluksi ini timbul karena adanya arus i_2 yang mengalir pada kumparan N_2, oleh sebab itu Persamaan (15) dapat dituliskan :

$$v_1 = N_1 \frac{d\varphi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\varphi_{21}}{dt} \cdot \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt} \tag{7.18}$$

dimana :

$$M_{12} = N_1 \frac{d\varphi_{21}}{dt} \tag{7.19}$$

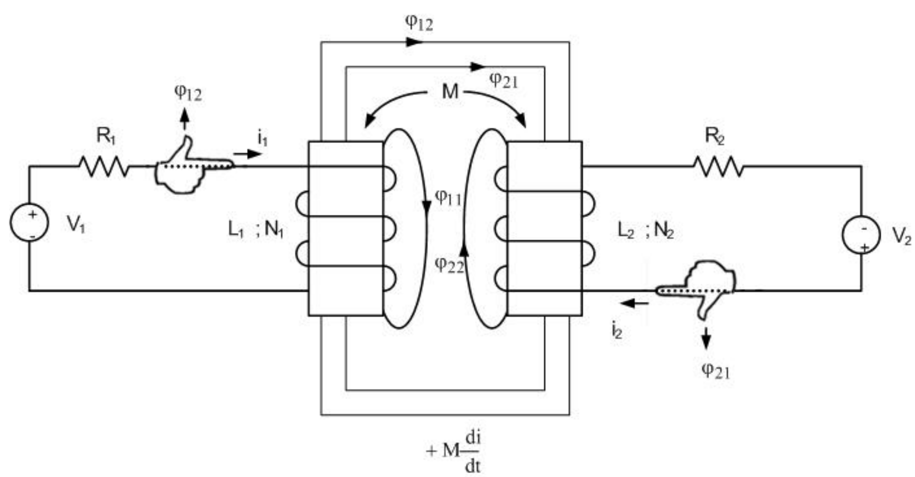
M_{12} disebut sebagai induktansi timbal balik (*mutual-indutance*) dari kumparan N_1 akibat adanya fluksi φ_{21} dari kumparan N_2.

Dari penganalisaan M_{21} dan M_{12}, maka dapat disimpulkan bahwa induktansi timbal balik terjadi karena adanya tegangan induksi pada suatu rangkaian, akibat adanya perubahan arus perwaktu pada rangkaian lainnya. Hal ini merupakan sifat induktor, dimana pada suatu induktor akan terjadi tegangan induksi akibat adanya arus yang merupakan fungsi waktu yang mengalir pada induktor lain yang dekat dengannya, sehingga dapat dikatakan :

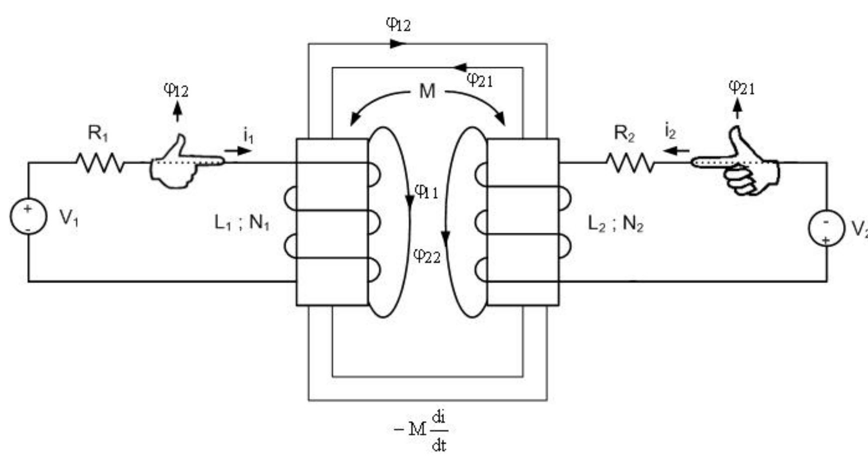
Induktansi timbal balik M yang satuannya dalam henry [H] adalah ukuran kemampuan suatu induktor untuk menginduksikan tegangan pada induktor lain yang berdekatan dengannya.

Walaupun induktansi timbal balik M selalu merupakan besaran positif, akan tetapi tegangan timbal balik $M\frac{di}{dt}$ bisa berharga positif atau negatif. Adapun salah satu cara untuk menentukan tanda aljabar dari $M\frac{di}{dt}$, bila arah belitan terlihat dengan jelas adalah dengan hukum tangan kanan dari Lenz yang mengatakan :

Apabila konduktor diletakkan pada telapak tangan, dan ibu jari-jari tangan menggenggam kumparan searah dengan arah belitan kumparan maka jari telunjuk menunjukkan arah arus, sedangkan ibu jari menunjukkan arah fluksi.



(a)



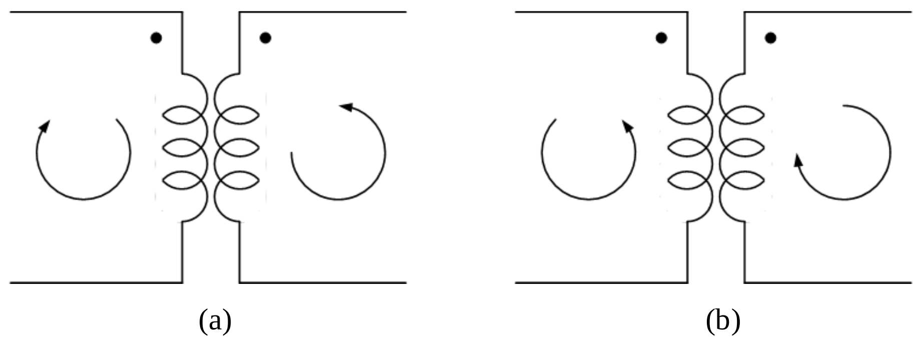
(b)

Gambar 7.4 Aturan tangan kanan (a) untuk tanda M positif (b) untuk tanda M negatif

7.3 Aturan Dot

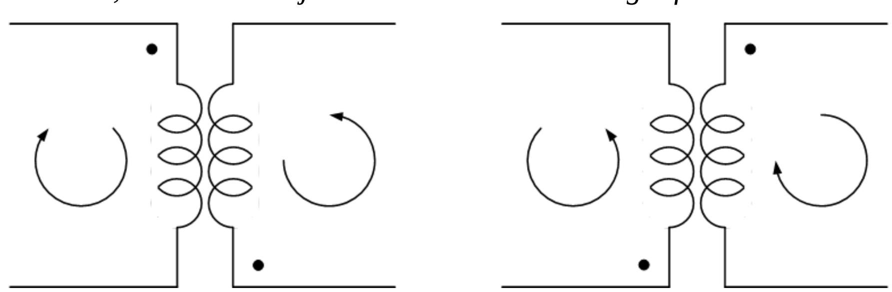
Selain aturan dari tangan kanan Lenz untuk menentukan tanda aljabar dari $M\frac{di}{dt}$, masih ada yang disebut aturan Dot (titik), yang mengatakan :

1. *Bilamana kedua arus dalam rangkaian gandeng magnetik sama-sama menuju tanda dot atau sama-sama meninggalkan tanda dot, maka tanda aljabar dari* $M\frac{di}{dt}$ *adalah positif.*



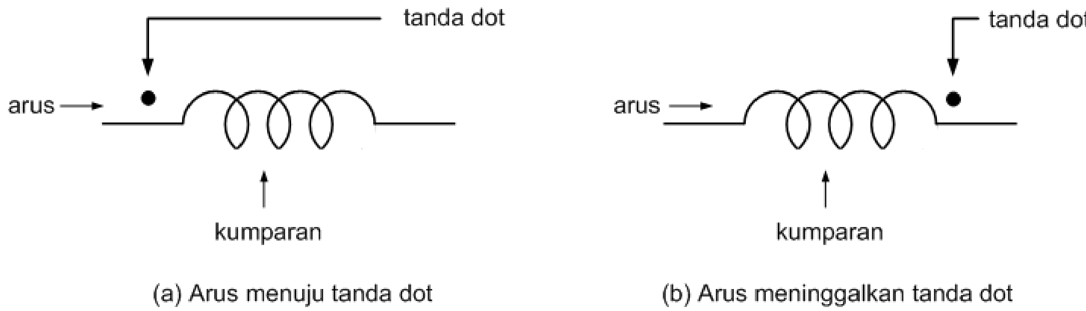
Gambar 7.5 Aturan dot untuk arus sama-sama menuju atau meninggalkan tanda dot
(a) Sama-sama menuju tanda dot (b) Sama-sama meninggalkan tanda dot

2. *Apabila salah satu arus menuju tanda dot, sedangkan yang lain meninggalkan tanda dot, maka tanda aljabar dari* $M\frac{di}{dt}$ *adalah negatif.*


Gambar 7.6 Arus menuju tanda dot dan yang lain meninggalkan tanda dot

Catatan :

Adapun yang dimaksud dengan arus menuju tanda dot adalah bilamana tanda panah arus lebih dahulu mengenai tanda dot baru kemudian tanda kumparan. Sedangkan yang dimaksud arus meninggalkan tanda dot adalah apabila tanda panah arus lebih dahulu mengenai tanda kumparan baru kemudian mengenai tanda dot.



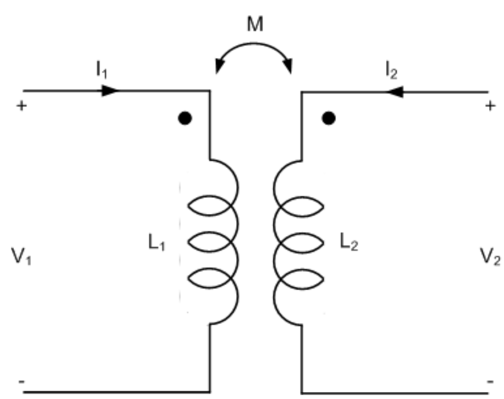
Gambar 7.7 Menentukan arus menuju atau meninggalkan tanda dot

7.4 Energi Pada Rangkaian Gandeng Magnetik

Sebagaimana diketahui bahwa energi yang tersimpan pada suatu induktor adalah :

$$w = \frac{1}{2} L i^2 \tag{7.20}$$

maka untuk menentukan energi yang tersimpan pada suatu rangkaian gandeng magnetik, perhatikan gambar berikut ini :



Gambar 7.8 Rangkaian untuk memperlihatkan energi yang tersimpan dalam rangkaian gandeng

Adapun pada reangkaian gandeng di atas, diasumsikan bahwa arus-arus i_1 dan i_2 awalnya adalah nol, sehingga energi yang tersimpan (*energy stored*) dalam setiap kumparan adala nol.

Kemudian arus i_1 dinaikkan/ diperbesar dari nol sampai I_1 sedangkan i_2 tetap nol, maka daya pada kumparan L_1 adalah :

$$p_1(t) = v_1.i_1 = i_1 L_1 \frac{di_1}{dt} \tag{7.21}$$

maka energi yang tersimpan dalam rangkaian adalah :

$$w_1 = \int p_1.dt = L_1 \int_0^{I_1} i_1 di_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \tag{7.22}$$

selanjutnya harga $i_1 = I_1$ dipertahankan tetap, maka kemudian arus i_2 dinaikkan dari nol sampao I_2, maka tegangan induksi timbal balik pada kumparan L_1 adalah $M_{12} \frac{di_2}{dt}$, sedangkan tegangan induksi bersama pada kumparan L_2 adalah nol (karena i_1 tidak berubah dengan perubahan waktu), maka daya pada kumparan L_2 ini adalah sebesar :

$$p_2(t) = i_1 M_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2.v_2 = I_1 M_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2.L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{7.23}$$

sedangkan energi pada kumparan L_2 ini adalah :

$$w_2 = \int p_2\, dt = M_{12} I_1 \int_0^{I_2} di_2 + L_2 \int_0^{I_2} i_2 di_2 = M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \tag{7.24}$$

Maka total energi yang tersimpan pada kedua kumparan, bilamana arus i_1 dan i_2 memiliki harga yang konstan adalah :

$$w = w_1 + w_2 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{12} I_1 I_2 \tag{7.25}$$

Seandainya peninjauan dibalik, yaitu arus i_2 terlebih dahulu dinaikkan dari nol sampai I_2 dan kemudian barulah i_1 dinaikkan dari nol sampai I_1, maka total energi yang tersimpan pada kedua kumparan adalah :

$$w = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{21} I_1 I_2 \tag{7.26}$$

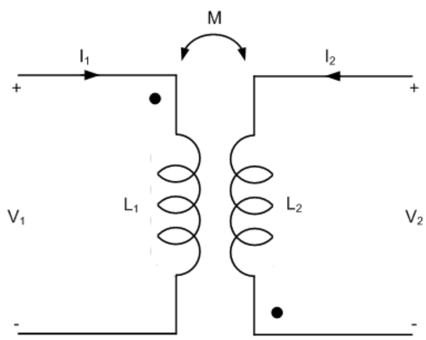
terlihat bahwa energi total yang tersimpan pada kedua kumparan pada Persamaan (7.25) dan (7.26) adalah sama, dan bilamana kedua persamaan ini disamakan, akan diperoleh :

$$M_{12} = M_{21} = M \tag{7.27}$$

sehingga dapat dituliskan :

$$w = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 \pm M.i_1 \tag{7.28}$$

Pada Persamaan (7.28) tanda aljabar M diambil positif sesuai dengan Gambar 7.8, dimana kedua arus i_1 dan i_2 sama-sama menuju tanda dot, akan tetapi seandainya Gambar 7.8, seperti berikut :



Gambar 7.9 Rangkaian untuk memperlihatkan energi yang tersimpan dalam rangkaian gandeng

maka Persamaan (7.28) menjadi :

$$w = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 - M.I_1 I_2 \tag{7.29}$$

maka secara umum dapat dituliskan :

$$w = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 \underbrace{\pm}_{\substack{\downarrow \\ (*)}} M.i_1 i_2 \tag{7.30}$$

dimana (*) ditentukan oleh aturan dot.

Adapun energi yang tersimpan pada rangkaian gandeng (kumparan) tidak pernah berharga negatif. Hal ini kaena induktor adalah merupakan kmponen pasif. Ini berarti bahwa besaran pada sisi kanan Persamaan (7.29) ini tidak akan pernah negatif (lebih besar atau sama dengan nol) :

$$\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 - M.i_1 i_2 \ \geq 0 \tag{7.31}$$

Bilamana Persamaan (7.31) ini ditarik akarnya, dan kemudian kedua sisinya ditambahkan dan dibagikan dengan $i_1 i_2 \sqrt{L_1 L_2}$, maka akan diperoleh :

$$\sqrt{L_1 L_2} - M \geq 0$$

atau :

$$M \leq \sqrt{L_1 L_2} \tag{7.32}$$

maka dari Persamaan (7.32) ini terlihat bahwa harga induktansi timbal balik M tidak akan pernah lebih besar dari induktansi diri L_1 dan L_2, dan adapun batas limit / harga yang paling besar dari M dinyatakan dengan :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \tag{7.33}$$

atau :

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \tag{7.34}$$

dimana k disebut sebagai koefisien gandeng k (coefficient of coupling k) dari kumparan yang harganya adalah $0 \leq k \leq 1$ atau ekivalen dengan $0 \leq k \leq \sqrt{L_1 L_2}$.

Koefisien gandeng ini adalah perbandingan antara fluksi yang merambat ke suatu kumparan dengan fluksi total dari kumparan itu sendiri, sehingga dapat dituliskan dengan:

$$k = \frac{\varphi_{12}}{\varphi_1} = \frac{\varphi_{12}}{\varphi_{22} + \varphi_{21}} \tag{7.35}$$

atau :

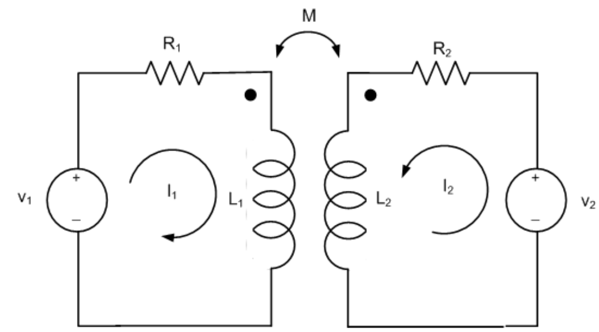
$$k = \frac{\varphi_{21}}{\varphi_2} = \frac{\varphi_{21}}{\varphi_{22} + \varphi_{21}} \tag{7.36}$$

dengan demikian dapat dikatakan bahwa :

Koefisien gandeng adalah ukuran dari kemampuan gandeng magnetik antara dua kumparan. $0 \leq k \leq 1$

Contoh :

Suatu rangkaian gandeng magnetik seperti di bawah ini :



Carilah bentuk persamaan tegangan pada rangkaian gandeng di atas dalam wawasan waktu dan wawasan frekuensi.

Jawab :

Rangkaian sperti di atas adalah rangkaian dalam wawasan waktu, maka manurut hukum tegangan Kirchhoff, persamaan tegangan pada :

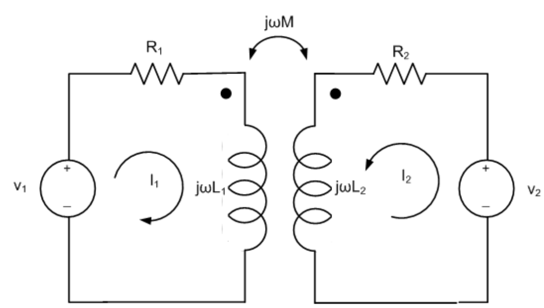
Loop 1 :

$$v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

Loop 2 :

$$v_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Dalam wawasan frekuensi, rangkaiannya adalah :



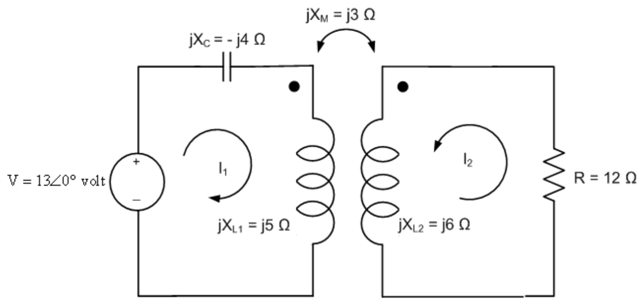
Rangkaian seperti di atas adalah rangkaian dalam wawasan frekuensi, maka menurut hukum tegangan Khirchoff, persamaan tegangan pada :

Loop 1 : $V_1 = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 + J\omega M I_2 = (R_1 + J\omega L_1)\ I_1 + J\omega M I_2$

Loop 2 : $V_2 = J\omega M I_1 + R_2 I_2 + j\omega L_2 I_2 = J\omega M I_1 + (R_2 + J\omega L_2)\ I_2$

Contoh :

Hitunglah berapa besar arus phasor I_1 dan I_2 pada rangkaian di bawah ini :



Jawab :

Persamaan tegangan pada loop 1 :

$$V = jX_{L1}I_1 - jX_C I_1 - jX_M I_2 \quad \text{atau} \; V = (jX_{L1} - jX_C)I_1 - jX_M I_2$$

atau :

$$12\angle 0° = (j5 - j4).I_1 - j3.I_2 = j_1.I_1 - J_3.I_2$$

atau :

$$12\angle 0° = 1\angle 90°.I_1 - 3\angle 90°.I_2$$

atau :

$$I_2 = \frac{1\angle 90°.I_1}{3\angle 90°} - \frac{12\angle 0°}{3\angle 90°}$$

atau :

$$I_2 = 0{,}333\angle 0°.I_1 - 4\angle -90° \qquad \text{(a)}$$

Persamaan tegangan pada loop 2 :

$$0 = -jX_M I_1 + R.I_2 + jX_{L2}I_2 \;\; \text{atau} \; 0 = -jX_M I_1 + (R + jX_{L2}).I_2$$

atau :

$$0 = -j3.I_1 + (12 + j6).I_2 \;\; \text{atau} \;\; 0 = 3\angle -90°.I_1 + 13{,}41\angle 26{,}56°.I_2$$

atau :

$$I_2 = \frac{3\angle -90°.I_1}{-13{,}41\angle 26{,}56°} = -0.223\angle -116{,}56°.I_1 \qquad \text{(b)}$$

Persamaan (a) = (b), maka diperoleh :

$$I_2 = 0{,}333\angle 0°.I_1 - 4\angle -90° = -0.223\angle -116{,}56°.I_1$$

atau :

$$0{,}333\angle 0°.I_1 + 0.223\angle -116{,}56°.I_1 = 4\angle -90°$$

atau :

$$0{,}333.I_1 + (0{,}099 - j0{,}199).I_1 = 4\angle -90°$$

atau :

$$(0{,}234.I_1 - j0{,}199).I_1 = 4\angle -90°$$

atau :

$$0{,}307\angle -40{,}37°.I_1 = 4\angle -90°$$

atau :

$$I_1 = \frac{4\angle -90°}{0{,}307\angle -40{,}37°} = \underline{13{,}029\angle -49{,}63° \text{ A}}$$

kemudian harga I_1 yang diperoleh, disubstitusikan ke Persamaan (a) :

$$I_2 = 0{,}333\angle 0°.(13{,}029\angle -49{,}63°) - 4\angle -90°$$

atau :

$$I_2 = 4{,}338\angle -49{,}63° + j4$$

atau :

$$I_2 = 2{,}809 - j3{,}305 + j4$$

atau :

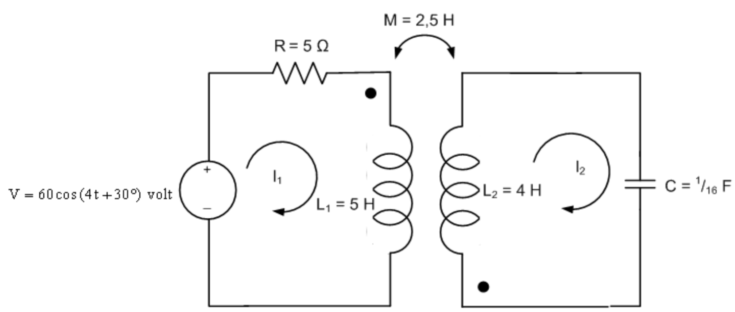
$$I_2 = 2{,}809 + j0{,}695$$

atau :

$$I_2 = \underline{2{,}89\angle 13{,}89°\ A}$$

<u>Contoh :</u>

Perhatikan rangkaian di bawah ini :



Carilah harga k dan energi yang tersimpan dalam rangkaian gandeng ini selama 1 detik.

<u>Jawab :</u>

Besar konstanta gandeng k adalah :

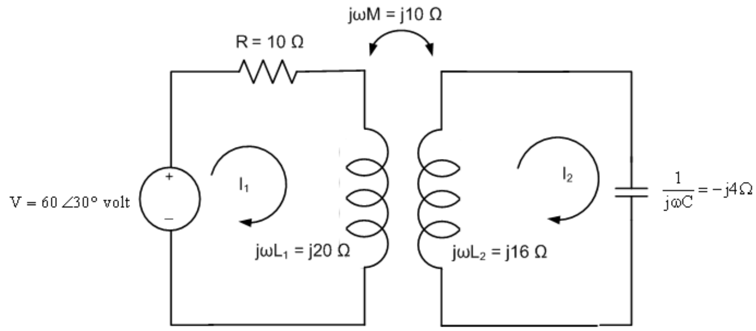
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1.L_2}} = \frac{2{,}5}{\sqrt{5\,x\,4}} = 0{,}56$$

Untuk mencari energi yang tersimpan dalam rangkaian gandeng ini, maka semua besaran yang ada dalam rangkaian harus besaran wawasan frekuensi.

Disini ω = 4 rad/det	
Wawasan Waktu	**Wawasan Frekuensi**
60 cos (4t + 30°)	60 ∠30°
L_1 = 5 H	j ωL_1 = j 20 Ω
L_2 = 4 H	j ωL_2 = j16 Ω
C = 0,0625 F	1/j ωC = -j4 Ω

R = 10 Ω	R = 10 Ω
M = 2,5 H	j ωM = j10 Ω

Maka rangkaian dalam wawasan frekuensi adalah :



Persamaan Loop 1 :

$$V = (R + j\omega L_1).I_1 + j\omega M.I_2$$

atau :

$$(10 + j20).I_1 + j10.I_2 = 60\angle 30° \qquad (*)$$

Persamaan Loop 2 :

$$j\omega M.I_1 + (j\omega L_2 - j\omega C).I_2 = 0$$

atau :

$$j10.I_1 + (j16 - j4).I_2 = 0$$

atau :

$$j10.I_1 + j12.I_2 = 0$$

atau :

$$I_1 = \frac{-j12.I_2}{j10} \rightarrow \text{atau} : I_1 = -1{,}2.I_2 \qquad (**)$$

Kemudian Persamaan (**) disubstitusikan ke (*) :

$$(10 + j20).(-1{,}2.I_2) + j10.I_2 = 60\angle 30°$$

atau :

$$(-12 - j14).I_2 + j10.I_2 = 60\angle 30°$$

atau :

$$(-12 - j4).I_2 = 60\angle 30°$$

atau :

$$I_2 = \frac{60\angle 30°}{(-12 - j4)} = \frac{60\angle 30°}{18{,}432\angle -130{,}6°} = 3{,}255\angle 160{,}6° \text{ A}$$

Harga I_2 yang diperoleh disubstitusikan ke Persamaan (**) :

$$I_1 = -1{,}2.(3{,}255\angle 160{,}6°) = -3{,}904\angle 160{,}6°$$

atau :

$$I_1 = -(-3{,}682 + j1{,}296) = 3{,}682 - j1{,}296 = 3{,}903\angle -19{,}39^\circ \text{ A}$$

Dalam wawasan waktu (time domain), maka :

$$i_1 = 3{,}903 \cos(4t - 19{,}39^\circ) \text{ A} \quad \text{dan} \quad i_2 = 3{,}255 \cos(4t + 160{,}6^\circ) \text{ A}$$

Untuk : t = 1 detik ⟶ maka : 4t = 4 rad.= 4 x 57,3^o = 229,2^o

sehingga :

$$i_1 = 3{,}903 \cos(229{,}2^\circ - 19{,}39^\circ) = 3{,}903 \cos(209{,}81^\circ) = -3{,}386 \text{ A}$$

$$i_2 = 3{,}255 \cos(229{,}2^\circ + 160{,}6^\circ) = 3{,}225 \cos(389{,}8^\circ) = 2{,}824 \text{ A}$$

sehingga total energi yang tersimpan pada rangkaian gandeng ini :

$$w = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

atau :

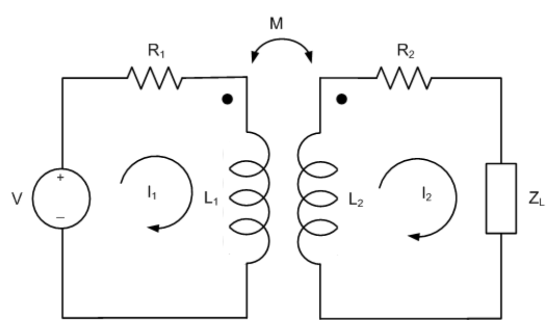
$$w = \frac{1}{2}(5)(-3{,}386)^2 + \frac{1}{2}(4)(2{,}824)^2 + (2{,}5)(-3{,}386)(2{,}824)$$

atau :

$$w = 28{,}662 + 15{,}949 - 23{,}905 = \underline{20{,}706 \text{ J}}$$

7.5 Transformasi Linier

Transformator adalah suatu peralatan listrik yang menggunakan fenomena dari induktansi timbal balik, dimana pada umumnya transformator memiliki empat terminal yang terdiri dari dua atau lebih kumparan, sebagai ilustrasi perhatikan rangkaian di bawah ini :



Gambar 7.10 Transformator linier

Kumparan N_1 yang langsung dihubungkan ke sumber tegangan disebut sebagai kumparan primer, sedangkan kumparan N_2 yang dihubungkan ke beban Z_L disebut sebagai kumparan sekunder, sedangkan R_1 dan R_2 menyatakan rugi-rugi disipasi daya pada kumparan-kumparan.

Suatu transformator dikatakan linier, apabila kumparan-kumparan dililitkan pada material magnet yang linier (material yang memiliki permebilitas magnet yang konstan, misalnya udara, bakelit, kayu, plastik dan lainnya). Transformator linier ini juga sering disebut dengan transformator dengan inti udara (*air-core transformers*), yang banyak dipergunakan pada pesawat televisi dan radio.

Perlu dicari impedansi input [Z_{in}] yang dilihat dari sisi sumber, karena impedansi input ini mempengaruhi sifat dari rangkaian primer. Selanjutnya perhatikan Gambar 7.10, maka menurut hukum tegangan Khirchhoff dapat dituliskan :

$$V = (R + j\omega L_1).I_1 - j\omega M.I_2 \qquad (7.37)$$

$$0 = -j\omega L_1.I_1 + (R_2 + j\omega L_2 + Z_L).I_2 \qquad (7.38)$$

Dari Persamaan (7.38) didapat :

$$I_2 = \frac{j\omega L_1.I_1}{(R_2 + j\omega L_2 + Z_L)} \qquad (7.39)$$

Persamaan (7.39) ini disubstitusikan ke Persamaan (7.37), maka diperoleh :

$$V = (R + j\omega L_1).I_1 - j\omega M.\frac{j\omega L_1.I_1}{(R_2 + j\omega L_2 + Z_L)}$$

atau :

$$V = (R + j\omega L_1).I_1 + \frac{\omega^2 M^2 I_1}{(R_2 + j\omega L_2 + Z_L)}$$

atau :

$$V = \left((R + j\omega L_1) + \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + j\omega L_2 + Z_L)}\right).I_1$$

maka diperoleh :

$$Z_{in} = \frac{V}{I_1} = \underbrace{(R + j\omega L_1)}_{\downarrow\atop (1)} + \underbrace{\frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + j\omega L_2 + Z_L)}}_{\downarrow\atop (2)} \qquad (7.40)$$

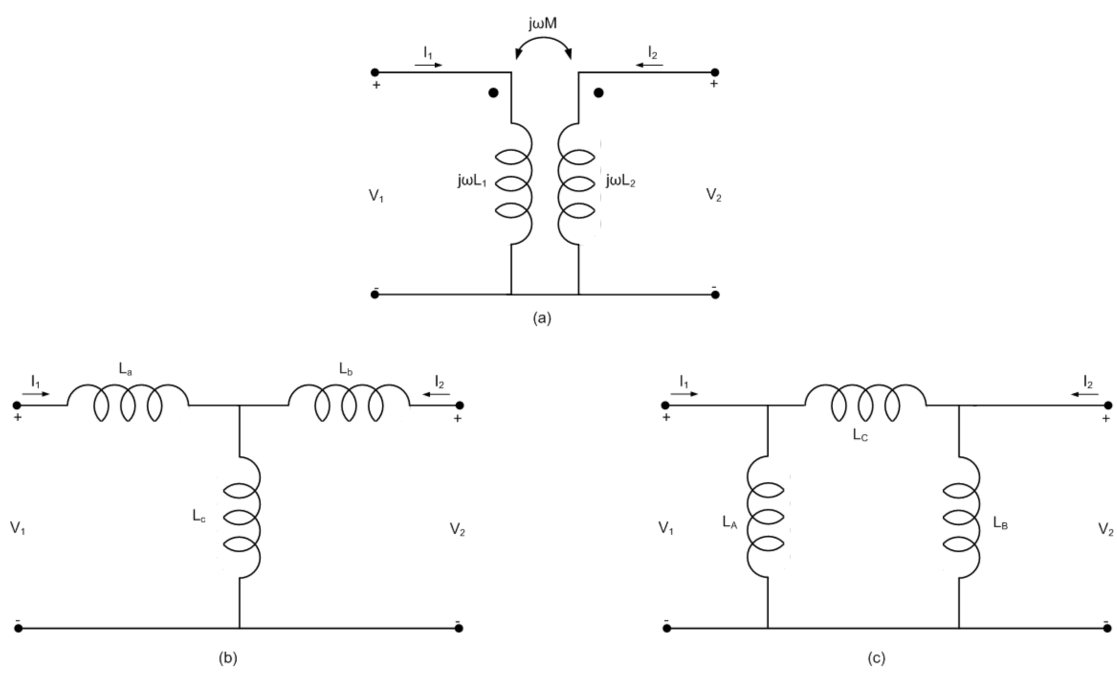
Terlihat dari Persamaan (7.40) terbagi menjadi dua bagian, dimana bagian (1) merupakan impedansi primer, sedangkan bagian (2) menyatakan adanya kopling antara belitan primer dan sekunder dan ini menyatakan seolah-olah impedansi ini direpleksikan ke sisi primer, sehingga impedansi ini sering disebut dengan impedansi refleksi (*relected impedance*) Z_R :

$$Z_R = \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + j\omega L_2 + Z_L)} \tag{7.41}$$

Terlihat dari Persamaan (7.40) dan (7.41) bahwa penempatan tanda dot tidak berpengaruh pada suatu transformator, karena hasilnya akan sama dengan menempatkan M ataupun –M.

7.6 Rangkaian Ekivalen Transformator Linier

Ada saatnya diperlukan rangkaian ekivalen yang menggantikan gandeng secara magnetik dengan rangkaian yang terhubung langsung (non magnetik), yang dapat dibuat rangkaian ekivalennya dalam hubungan T atau Π seperti di bawah ini :



Gambar 7.11 Transformator linier (a) Rangkaian ekivalen ; (b) Hubungan “T” ; (c) Hubungan “Π”

Dari Gambar 7.11a, adalah rangkaian tergandeng secara magnetik, dan dapat dituliskan persamaan tegangan pada setiap loop, yaitu :

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \tag{7.42}$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \tag{7.43}$$

Persamaan (7.42) dan (7.43) ini dapat disusun dalam bentuk matrik sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{7.44}$$

dari Persamaan (7.42) dapat diturunkan :

$$I_1 = \frac{V_1 - j\omega M I_2}{j\omega L_1} \tag{7.45}$$

dari Persamaan (7.43) dapat pula diturunkan :

$$I_1 = \frac{V_2 - j\omega L_2 I_2}{j\omega M} \tag{7.46}$$

kemudian samakan Persamaan (7.45) dengan Persamaan (7.46), sehingga :

$$\frac{V_1 - j\omega M I_2}{j\omega L_1} = \frac{V_2 - j\omega L_2 I_2}{j\omega M}$$

atau :

$$(V_1 - j\omega M I_2)(j\omega M) = (V_2 - j\omega L_2 I_2)(j\omega L_1)$$

atau :

$$j\omega M V_1 + \omega^2 M^2 I_2 = j\omega L_1 V_2 + \omega^2 L_1 L_2 I_2$$

atau :

$$\omega^2 M^2 I_2 - \omega^2 L_1 L_2 I_2 = j\omega L_1 V_2 - j\omega M V_1$$

atau :

$$I_2 = \frac{j\omega L_1 V_2 - j\omega M V_1}{\omega^2 M^2 - \omega^2 L_1 L_2} = \frac{j\omega L_1 V_2}{\omega^2 M^2 - \omega^2 L_1 L_2} - \frac{j\omega M V_1}{\omega^2 M^2 - \omega^2 L_1 L_2}$$

atau :

$$I_2 = \left(\frac{j\omega L_1}{\omega^2 M^2 - \omega^2 L_1 L_2} \right) V_2 - \left(\frac{j\omega M}{\omega^2 M^2 - \omega^2 L_1 L_2} \right) V_1$$

atau :

$$I_2 = -\left\{ \frac{jL_1}{\omega(L_1 L_2 - M^2)} \right\} V_2 + \left\{ \frac{jM}{\omega(L_1 L_2 - M^2)} \right\} V_1$$

atau :

$$I_2 = \left\{ \frac{jM}{\omega(L_1 L_2 - M^2)} \right\} V_1 - \left\{ \frac{jL_1}{\omega(L_1 L_2 - M^2)} \right\} V_2$$

atau :

$$I_2 = \left\{ \frac{-M}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \right\} V_1 + \left\{ \frac{L_1}{j\omega\left(L_1L_2 - M^2\right)} \right\} V_2 \qquad (7.47)$$

Persamaan (7.46) dapat disusun dengan bentuk :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \frac{j\omega L_2 I_2}{j\omega M}$$

kemudian Persamaan (7.47) disubstitusikan ke persamaan I_1 di atas, sehingga diperoleh :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \left[\frac{j\omega L_2}{j\omega M} \left\{ \frac{-MV_1}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} + \frac{L_1V_2}{j\omega\left(L_1L_2 - M^2\right)} \right\} \right]$$

atau :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \left[\frac{j\omega L_2}{j\omega M} \left\{ \frac{L_1V_2 - MV_1}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \right\} \right]$$

atau :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \left[\frac{j\omega L_2}{j\omega M} \left\{ \frac{L_1V_2}{j\omega\left(L_1L_2 - M^2\right)} - \frac{MV_1}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \right\} \right]$$

atau :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \left\{ \frac{j\omega L_2L_1V_2}{-\omega^2M\left(L_1L_2 - M^2\right)} + \frac{j\omega L_2MV_1}{\omega^2M(L_1L_2 - M^2)} \right\}$$

atau :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \left\{ \frac{j\omega L_2MV_1}{\omega^2M(L_1L_2 - M^2)} - \frac{j\omega L_2L_1V_2}{\omega^2M\left(L_1L_2 - M^2\right)} \right\}$$

atau :

$$I_1 = \frac{V_2}{j\omega M} - \left\{ \frac{j\left(L_2MV_1 - L_2L_1V_2\right)}{\omega M(L_1L_2 - M^2)} \right\}$$

atau :

$$I_1 = \frac{\omega V_2M(L_1L_2 - M^2) + \omega M(L_2MV_1 - L_2L_1V_2)}{j\omega^2M^2(L_1L_2 - M^2)}$$

atau :

$$I_1 = \frac{\omega V_2ML_1L_2 - \omega V_2M^3 + \omega L_2M^2V_1 - \omega L_1L_2MV_2}{j\omega^2M^2(L_1L_2 - M^2)}$$

atau :

$$I_1 = \frac{\omega L_2M^2V_1 - \omega V_2M^3}{j\omega^2M^2(L_1L_2 - M^2)} = \frac{\omega M^2(L_2V_1 - MV_2)}{j\omega^2M^2(L_1L_2 - M^2)}$$

atau :

$$I_1 = \frac{L_2}{j\omega(L_1L_2 - M^2)}V_1 - \frac{M}{j\omega(L_1L_2 - M^2)}V_2 \tag{7.48}$$

Sehingga Persamaan (7.47) dan (7.48) disusun dalam bentuk matrik adalah :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{L_2}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} & \dfrac{-M}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \\ \dfrac{-M}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} & \dfrac{L_1}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \tag{7.49}$$

Adapun persamaan tegangan pada Gambar 7.11b, dapat dituliskan sebagai :
Persamaan tegangan pada loop 1 adalah :

$$V_1 = j\omega(L_a + L_b)I_1 + j\omega MI_2 \tag{7.50}$$

Persamaan tegangan pada loop 2 adalah :

$$V_2 = j\omega MI_1 + j\omega(L_b + L_c)I_2 \tag{7.51}$$

bila disusun dalam bentuk matrik :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega(L_a + L_b) & j\omega L_c \\ j\omega L_c & j\omega(L_b + L_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{7.52}$$

Maka dikatakan rangkaian Gambar7 11.a memiliki rangkaian ekivalen hubungan T, bilamana persamaan (7.46) identik dengan persamaan (7.52), hal ini hanya bisa terpenuhi apabila harga-harga :

$$\left.\begin{aligned} L_a &= L_1 - M \\ L_c &= M \\ L_b &= L_2 - M \end{aligned}\right\} \tag{7.53}$$

Selanjutnya untuk rangkaian ekivalen hubungan Π (delta) berlaku hubungan sebagai berikut :
(lihat Gambar 7.11c). Dengan menggunakan metode tegangan simpul maka diperoleh :

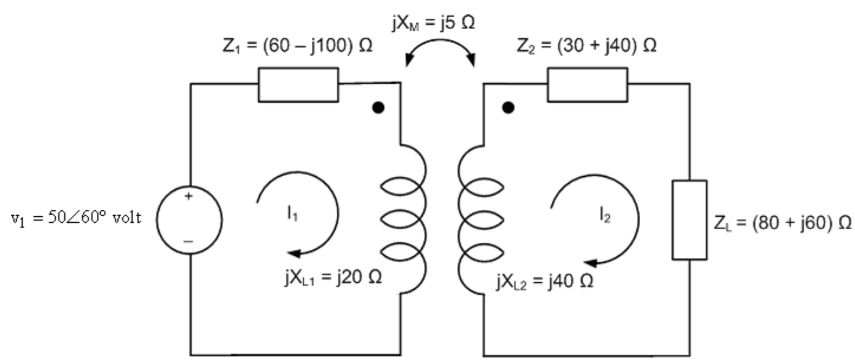
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{1}{j\omega L_A} + \dfrac{1}{j\omega L_C}\right) & \left(-\dfrac{1}{j\omega L_C}\right) \\ \left(-\dfrac{1}{j\omega L_C}\right) & \left(\dfrac{1}{j\omega L_B} + \dfrac{1}{j\omega L_C}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \tag{7.54}$$

Maka dengan menyamakan matrik admitansi dari Persamaan (7.49) dan (7.54), maka diperoleh :

$$\left.\begin{aligned} L_A &= \frac{L_1L_2 - M^2}{L_2 - M} \\ L_B &= \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 - M} \\ L_C &= \frac{L_1L_2 - M^2}{M} \end{aligned}\right\} \qquad (7.55)$$

Contoh :

Dari rangkaian dibawah ini carilah besar impedansi input dan arus I_1



Jawab :

Adapun besar impedansi input :

$$Z_{in} = Z_1 + jXL_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + Z_L} = (60 - j100) + j20 + \frac{5^2}{(30 + j40) + (80 + j60)}$$

atau :

$$Z_{in} = (60 - j80) + \frac{25}{(110 + j100)} = (60 - j80) + \frac{25}{148{,}66\angle 42{,}27°}$$

atau :

$$Z_{in} = (60 - j80) + 0{,}168\angle -42{,}27° = (60 - j80) + (-0{,}009 + j0{,}167)$$

atau :

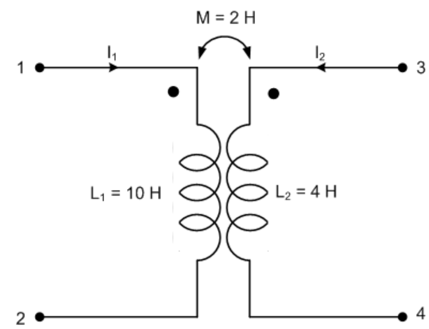
$$Z_{in} = (59{,}991 - j79{,}833) = 99{,}86\angle -53{,}07° \ \Omega$$

maka besar arus input :

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{in}} = \frac{50\angle 60^\circ}{99{,}86\angle -53{,}07^\circ} = \underline{0{,}5\angle 113{,}07^\circ\ \mathrm{A}}$$

Contoh :

Buatlah rangkaian ekivalen hubungan T dari transformator linear dibawah ini :

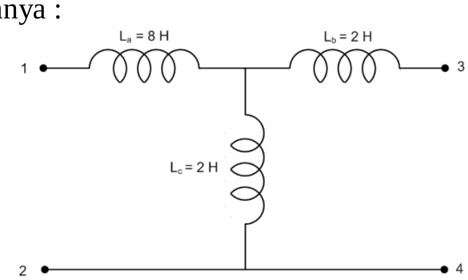


Jawab :

Dalam hubungan T berlaku :

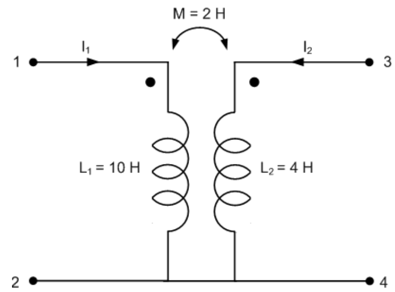
$$L_a = L_1 - M = 10 - 2 = 8\,\mathrm{H}$$
$$L_c = M = 2\,\mathrm{H}$$
$$L_b = L_2 - M = 4 - 2 = 2\,\mathrm{H}$$

maka rangkaian ekivalennya :



Contoh :

Carilah rangkaian ekivalen hubungan Π dari rangkaian transformator linear dibawah ini :



Jawab :

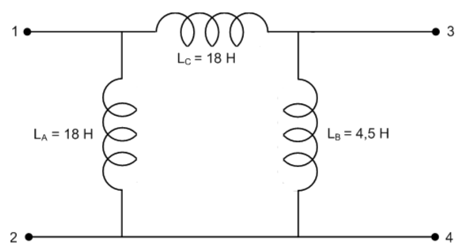
Dalam hal ini :

$$L_A = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M} = \frac{10.4 - 2^2}{4 - 2} = 18\,H$$

$$L_B = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M} = \frac{10.4 - 2^2}{10 - 2} = 4{,}5\,H$$

$$L_C = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M} = \frac{10.4 - 2^2}{2} = 18\,H$$

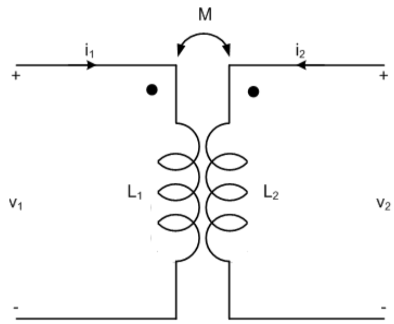
Rangkaian ekivalennya adalah :



7.7 Tranformator Ideal

Tranformator ideal adalah suatu peralatan yang memiliki harga koefisien gandeng k = 1 yang terdiri dari dua atau lebih kumparan dengan jumlah belitan yang banyak yang dililitkan pada inti dari bahan yang memiliki permeabilitas yang tinggi, yang mana hal ini menyebabkan semua fluksi akan melingkupi seluruh kumparan.

Untuk memperlihatkan suatu transformator ideal (yang terdiri dari dua kumparan) dimana besar induktansi-nya mendekati tak terhingga dan koefisien gandeng k = 1, maka perhatian rangkaian pada Gambar 7.12. dibawah ini :



Gambar 7.12 Transformator ideal

Adapun persamaan tegangan dari rangkaian diatas adalah :

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad (7.56)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \quad (7.57)$$

Dari persamaan (7.56) diperoleh :

$$I_1 = \frac{(V_1 - j\omega M I_2)}{j\omega L_1}$$

dan apabila harga I_1 ini disubtitusikan kedalam Persamaan (7.57) akan diperoleh :

$$V_2 = j\omega M \frac{(V_1 - j\omega M I_2)}{j\omega L_1} + j\omega L_2 I_2 = \frac{(V_1 M - j\omega M^2 I_2)}{L_1} + j\omega L_2 I_2$$

atau :

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + \frac{V_1 M}{L_1} - \frac{j\omega M^2 I_2}{L_1}$$

akan tetapi untuk K = 1, menurut Persamaan (7.34) harga M = $\sqrt{L_1.L_2}$, sehingga ;

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + \frac{V_1\sqrt{L_1.L_2}}{L_1} - \frac{j\omega L_1 L_2 I_2}{L_1}$$

atau :

$$V_2 = \frac{V_1\sqrt{L_1.L_2}}{L_1} = \frac{V_1\sqrt{\frac{L_1^2 L_2}{L_1}}}{L_1} = \frac{V_1 L_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}}{L_1} = V_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

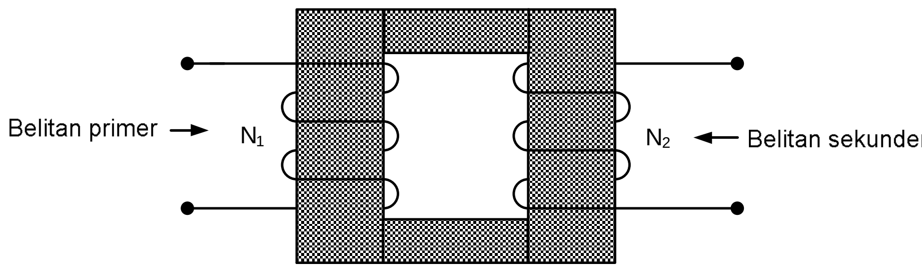
bila dimisalkan M = $\sqrt{L_1 / L_2}$, yang disebut sebagai perbandingan belitan, sehingga persamaan diatas berbentuk :

$$V_2 = nV_1$$

Maka bilamana L_1: L_2; M → ∞ maka harga dan akan tetap, sehingga rangkaian gandeng disebut sebagai suatu tranformator ideal. Adapun sifat-sifat dari suatu transformator ideal diantaranya adalah :

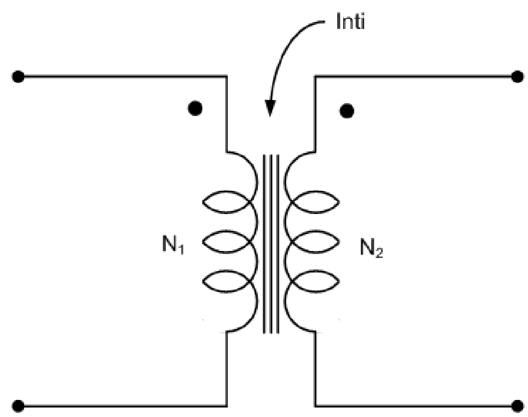
1. Kumparannya memiliki harga reaktansi yang sangat besar (L_1; L_2;M →∞)
2. Koefensi gandeng k = 1
3. Kumparan primer dan sekundur tanpa rugi-rugi ($R_1 = 0 = R_2$)

dimana tranformator ideal dapat digambarkan seperti Gambar 7.13 di bawah ini :



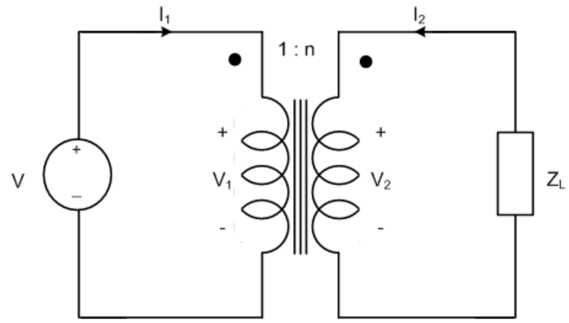
Gambar 7.13 Transformator ideal

dan tranformator ideal ini sering disimbolkan seperti Gambar 7.14 berikut ini.



Gambar 7.14 Simbol transformator ideal

Bilamana pada sisi primer dari suatu tranformator ideal diberikan sumber tegangan sinusoidal V seperti pada Gambar 7.15 dibawah ini.



Gambar 7.15 Transformator ideal dengan sumber tegangan ac pada sisi primer

Maka pada kedua belitan akan muncul fluksi dan menurut Hukum Faraday tegangan yang terjadi pada belitan primer adalah :

$$v_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \tag{7.58}$$

Dan pada belitan sekunder :

$$v_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \tag{7.59}$$

kemudian bagikan Persamaan (7.59) dengan Persamaan (7.58) maka diperoleh :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \tag{7.60}$$

dimana n disebut sebagai perbandingan belitan atau perbandingan tranformasi, dimana lebih sering digunakan tegangan phasor V_1 dan V_2 dari pada tegangan sesaat v_1 dan v_2 sehingga Persamaan (60) menjadi :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \tag{7.61}$$

Sesuai dengan prinsip konversi energi, maka energi yang diberikan pada sisi primer harus sama dengan energi yang diabsorbsi siis sekunder sehingga tidak ada rugi-rugi yang terjadi dan hal ini adalah salah satu sifat dari tranformato ideal, sehingga dengan demikian dapat dituliskan :

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \tag{7.62}$$

dalam bentuk phasor bila Persamaan (7.62) di konjugasikan dengan Persamaan (7.61) diperoleh :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = n \tag{7.63}$$

Terlihat bahwa arus-arus pada sisi primer dan sekunder bila dihubungkan dengan perbandingan belian n dapat dilakukan dengan cara mengambil inverse perbandingan tegangan. Adapun Persamaan (7.61) dapat dinyatakan dengan :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{n} \tag{7.64}$$

demikian pula Persamaan (7.63) dapat dinyatakan dengan :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n} \tag{7.65}$$

bilamana Persamaan (7.64) diperbandingkan dengan Persamaan (7.65) maka dapat dinyatakan :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{n} \tag{7.66}$$

dilihat dari Persamaan (7.66) maka :

1. Bilamana n = 1 :

   Maka tranformator dikatakan sebagai transformator isolasi (*isolation tranformer*)
2. Bilamana n > 1 :

   Tranformator dikatakan sebagai tranformator penaik tegangan (*step-up transformator*), disini tegangan pada sisi primer dinaikan pada sisi sekunder (V_2>V_1)
3. Bilamana n < 1 :

   Tranformator dikatakan sebagai transformator penurun tegangan (*step-down tranformer*), disini tegangan pada sisi primer diturunkan pada sisi sekunder (V_2<V_1)

Bila dilihat dari Persamaan (7.61) dan (7.66) maka selalu dapat diekspresikan V_1 dalam V_2 dan I_I dalam I_2 atau sebaliknya sehingga :

$$V_1 = \frac{V_2}{n} \tag{7.67}$$

atau :

$$V_2 = nV_1 \tag{7.68}$$

demikian pula halnya dengan :

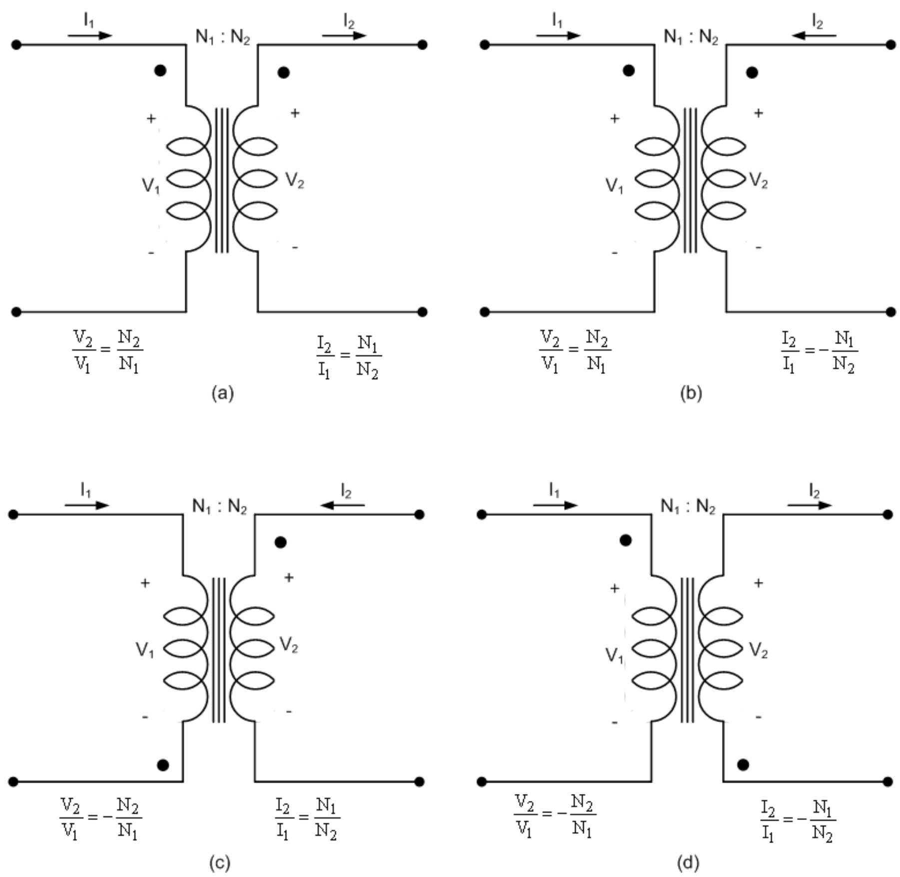
$$I_1 = nI_2 \tag{7.69}$$

atau :

$$I_2 = \frac{I_1}{n} \tag{7.70}$$

Satu hal yang penting adalah bagaiamana untuk mengetahui poloritas dari tegangan ataupun arah arus dalam suatu transformator seperti pada Gambar 7.15. Kalau polaritas V_1 ataupun V_2 dan arah I_1 ataupun I_2 dirubah, maka n pada Persamaan (7.61) sampai dengan Persamaan (7.66) tanda aljabarnya diganti menjadi –n.

Sebagai lengkapnya dapat diperlihatkan seperti Gambar 7.16 dibawah ini :



Gambar 7.16 Untuk menentukan polaritas tegangan dan arah arus pada transformator ideal

Sehingga dapat disimpulkan :

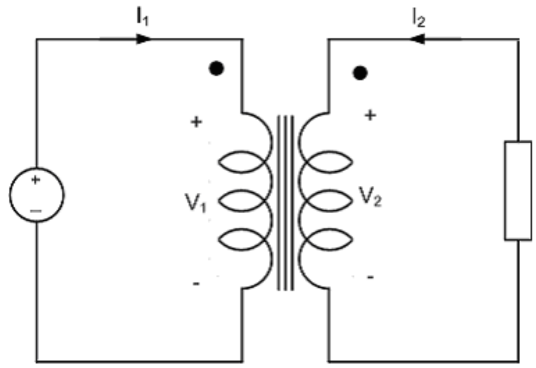
1. Bilamana tegangan kumparan V_1 dan V_2 kedua-duanya positif atau negatif pada terminal dot, maka pergunakan tanda-tanda +n pada Persamaan (7.61), kalau tidak gunakan tanda –n.
2. Bilamana arus-arus I_1 dan I_2 kedua-duanya menuju atau meninggalkan terminal dot, maka pergunakan tanda -n pada Persamaan (7.66), kalau tidak gunakan tanda +n.

Selanjutnya adapun daya kompleks pada sisi primer dinyatakan dengan :

$$S_1 = V_1 I^* = \frac{V_2}{n}(nI_2)^* = V_2 I_2^* = S_2$$

terlihat bahwa daya kompleks diberikan dari sisi ke sisi sekunder tanpa rugi-rugi, hal ini terjadi karena yang sedang ditinjau adalah tranformator ideal yang bersifat rugi-rugi.

Adapun impedansi input dapat ditentukan dengan memperhatikan rangkaian pada Gambar 7.17 dibawah ini :



Gambar 7.17 Rangkaian untuk menyatakan impedansi input Z_{in}

dari Persamaan (7.67); (7.68); (7.69) dan (7.70) diperoleh :

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{n^2}.\frac{V_2}{I_2} \tag{7.71}$$

kemudian dari Gambar 7.17 juga terlihat bahwa : $Z_L = V_2/I_2$, dengan demikian Persamaan (7.71) menjadi :

$$Z_{in} = \frac{Z_L}{n^2} \tag{7.72}$$

Biasanya salah satu spesifikasi dari suatu transformator dinyatakan dengan V_1/V_2, misalnya suatu tranformator dengan spesifikasi 2400/120 volt [rms], maka ini berarti pada sisi primer adalah 2400 volt [rms] dan tegangan pada sisi sekunder 120 vol [rms] sehingga tranformator ini merupakan tranformator penurun tegangan (*step-down tranformer*).

Contoh :

Sebuah tranfomator ideal dengan data-data : 2400/120 vol; 9,6 kVA dimana jumlah belitan pada sisi sekunder 50 lilitan. Hitunglah :

a. Perbandingan belitan n
b. Banyak belitan pada sisi primer

c. Arus primer dan sekunder (I_1 dan I_2)

Jawab :

Tranformator ini adalah tranformator penurun tegangan (step-down transformer) dimana tegangan pada sisi primer V_1 = 2400 volt dan tegangan pada sisi sekunder V_2 = 120 volt. Maka :

a. Perbandingan belitan adalah :

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{120}{2400} = 0{,}05$$

b. Banyak belitan pada sisi primer :

$$n = \frac{N_2}{N_1}$$

atau :

$$N_1 = \frac{N_2}{n} = \frac{50}{0{,}05} = 1000 \text{ liltan}$$

c. Daya semu tranformator adalah :

$$S = V_1 I_1 = V_2 I_2 = 9{,}6 \text{ kVA}$$

maka :

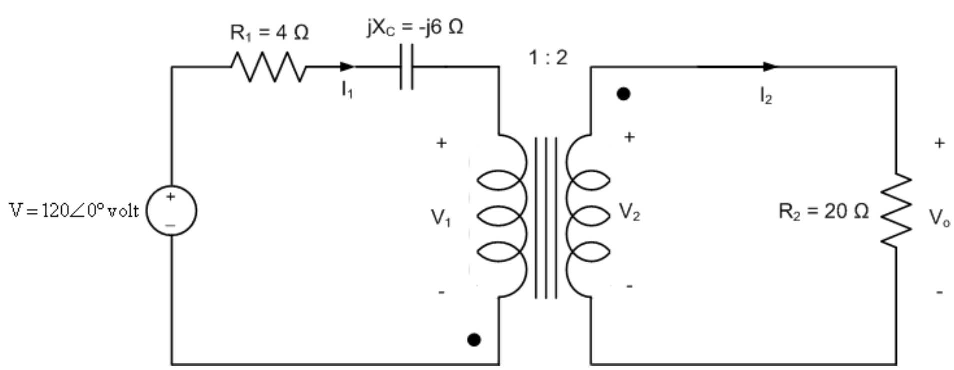
$$I_1 = \frac{S}{V_1} = \frac{9600}{2400} = 4 \text{ Amp.}$$

dan :

$$I_2 = \frac{S}{V_2} = \frac{9600}{120} = 80 \text{ Amp.}$$

Contoh :

Suatu tranformator ideal seperti rangkaian dibawah ini.



Hitunglah :

a. Besar arus I_1 yang disuplai oleh sumber.

b. Besar tegangan output V_0

c. Daya kompleks yang disuplai oleh sumber

Jawab :

a. Tahanan R_2 dapat direfleksikan ke sisi primer

$$Z_R = \frac{R_2}{n^2} = \frac{20}{2^2} = 5\ \Omega$$

sehingga :

$$Z_{in} = (R_1 + jX_C) + Z_R = (4 - j6) + 5 = (9 - j6)$$

atau :

$$Z_{in} = 10{,}82\angle -33{,}69^\circ\ \ \Omega$$

maka :

$$I_1 = \frac{V}{Z_{in}} = \frac{120\angle 0^\circ}{10{,}82\angle -33{,}69^\circ} = 11{,}09\angle 33{,}69^\circ\ \ \text{Amp.}$$

b. Karena arus I_1 dan I_2 meninggalkan tanda dot, maka

$$I_2 = -\frac{1}{n} I_1 = -\frac{1}{2}(11{,}09\angle 33{,}69^\circ) = -5{,}545\angle 33{,}69^\circ\ \ \text{Amp.}$$

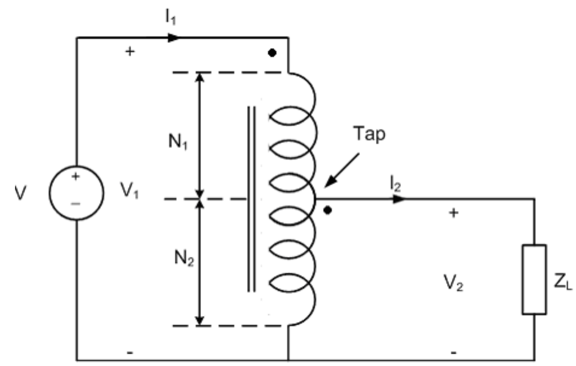
c. Adapun daya kompleks yang disuplai oleh sumber :

$$S = V.I_1{}^* = (120\angle 0^\circ)(11{,}09\angle -33{,}69^\circ) = 1330{,}8\angle -33{,}69^\circ\ \ \text{VA}$$

7.8 Autotranformator Ideal

Autotranformator adalah sebuah tranformator dimana bagian primer dan sekunder-nya dalam satu belitan dengan sebuah terminal diantara sisi primer dan sekunder (selalu disebut dengan tap).

Beberapa rumus dalam transformator ideal juga dipergunakan dalam autotranformator, misalnya untuk autotranformator penurun tegangan seperti pada Gambar 7.18 dibawah ini.



Gambar 7.18 Autotransformator penurun tegangan

Dari persamaan (7.61) maka untuk autotranformator penurun tegangan ini berlaku :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = 1 + \frac{N_1}{N_2} \tag{7.73}$$

karena pada autotranformator ideal ini juga tidak ada rugi-rugi, maka daya kompleks pada sisi belitan primer sama dengan sisi belitan sekunder, sehingga :

$$S_1 = V_1 I_1{}^* = S_2 = V_2 I_2{}^* \tag{7.74}$$

sehingga dari Persamaan (7.74) ini dapat pula dinyatakan bahwa :

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

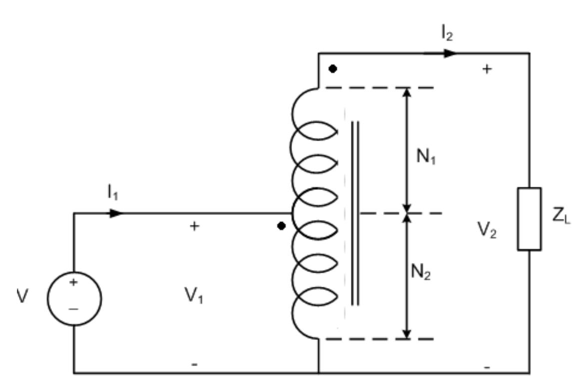
atau :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} \tag{7.75}$$

maka hubungan antara arus dapat dinyatakan dengan :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \tag{7.76}$$

Untuk autotranformator ideal penaik tegangan seperti Gambar 7.19, dibawah ini :



Gambar 7.19 Autotransformator penaik tegangan

Untuk autotranformator penaik tegangan ini berlaku :

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_1 + N_2}$$

atau :

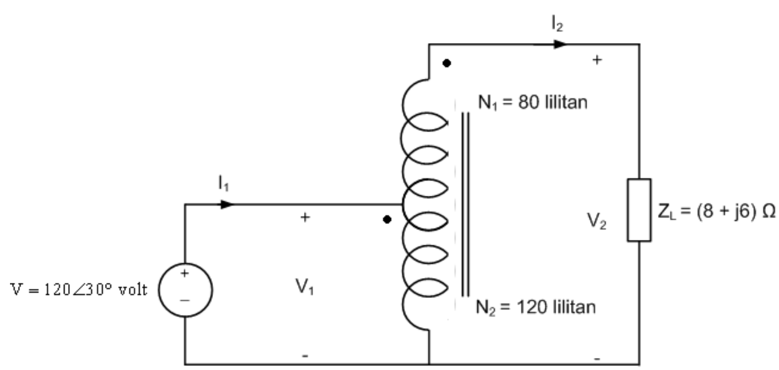
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \tag{7.77}$$

Sedangkan untuk daya komplek pada autotranformator penaik tegangan ini berlaku Persamaan (7.74).

Adapun perbedaan yang utama antara transformator ideal dengan autotranformator ideal ini adalah pada autotranformator sisi primer dan sekunder selain terhubung secara magnetik juga terhubung konduktif.

Contoh :

Dari rangkaian autotranformator dibawah ini :



Hitunglah besar : a. I_1, I_2 dan I_o

b. Daya kompleks yang disuplai ke beban Z_L

Jawab :

a. Autotranformator adalah penaik tegangan sehingga berlaku :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{80}{80 + 120} = \frac{80}{200}$$

atau :

$$V_2 = \frac{200}{80} V_1 = \frac{200}{80}(120\angle 30°) = 300\angle 30° \text{ volt}$$

dari rangkaian terlihat bahwa :

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{300\angle 30°}{(8 + j6)} = \frac{300\angle 30°}{10\angle 36{,}87°} = 30\angle -6{,}87° \text{ Amp.}$$

kemudian dari rumus :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} = \frac{80 + 120}{80} = \frac{200}{80}$$

atau :

$$I_1 = \frac{200}{80} I_2 = \frac{200}{80}(30\angle -6{,}87°) = 75\angle -6{,}87° \text{ Amp.}$$

Menurut hukum arus Kirchoff pada titik tap persamaannya adalah ;

$$I_2 = I_1 + I_o$$

atau :

$$I_o = I_2 - I_1 = (30\angle -6{,}87°) - (75\angle -6{,}87°) = (29{,}78 - j3{,}58) - (74{,}46 - j8{,}97)$$

sehingga :

$$I_o = -44{,}68 + j5{,}39 = 45\angle 173{,}12° \text{ Amp.}$$

b. Adapun daya kompleks yang disuplai ke beban adalah :

$$S_2 = V_2 I_2{*} = |I_2| Z_L = 30^2 (10\angle 36{,}87°) = 9000\angle 36{,}87° = 9\angle 36{,}87° \text{ kVA}$$

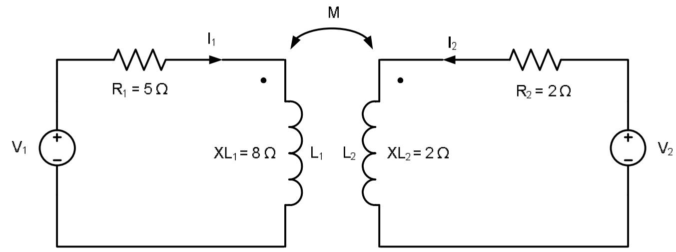
7.9 Soal Latihan

1. Dua buah kumparan yang tergandeng secara magnetik dengan koefisien gandeng k = 0,85 dimana kumparan N_1 memiliki 250 belitan yang dialiri arus i_1 = 2 A dengan fluksi total φ_1 = 0,3 mWb. Bila arus i_1 tereduksi secara linier ke harga nol dalam waktu 2 milli detik maka tegangan yang terinduksi pada kumparan N_2 sebesar 63,75 V. Hitunglah L_1 ; L_2 ; M dan N_2.

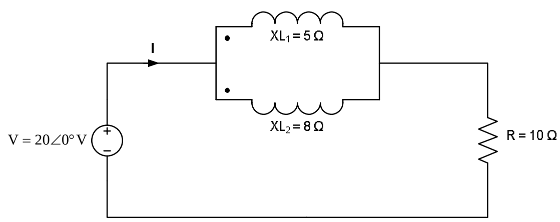
2. Dua buah kumparan yang tergandeng secara magnetik dengan N_1 = 100 lilitan dan N_2 = 800 lilitan mempunyai koefisien gandeng k = 0,85. Dengan lilitan N_1 terbuka

maka arus yang mengalir pada lilitan N_2 sebesar 5 A dan fluksi φ_2 = 0,35 mWb. Hitunglah berapa besar L_1 ; L_2 dan M.

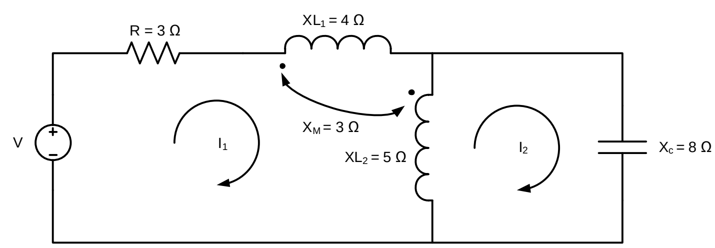
3. Pada rangkaian di bawah ini, hitunglah perbandingan V_2/V_1 yang mengakibatkan arus $I_1 = 0$.



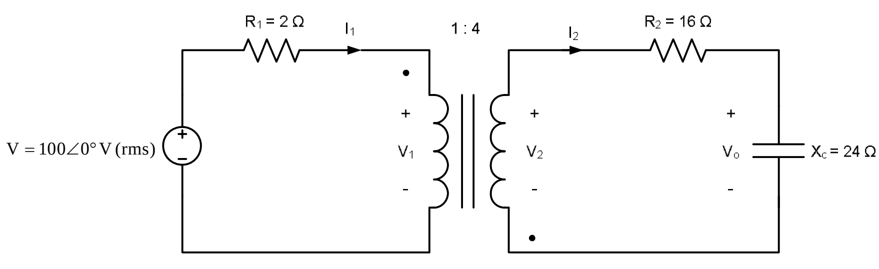
4. Pada rangkaian di bawah ini, hitunglah berapa besar harga koefisien gandeng k bilamana disipasi daya pada R sebesar 32 watt.



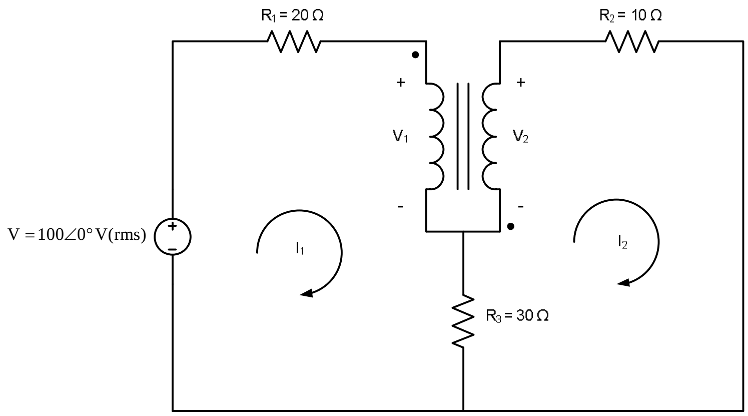
5. Hitunglah impedansi input dari rangkaian berikut.



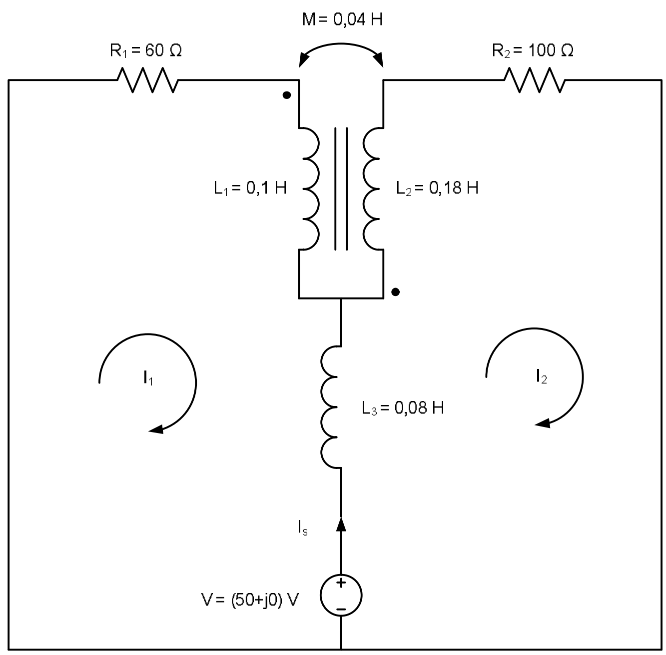
6. Dari rangkaian transformator ideal di bawah ini hitunglah besar V_o dan daya kompleks yang diberikan oleh sumber.



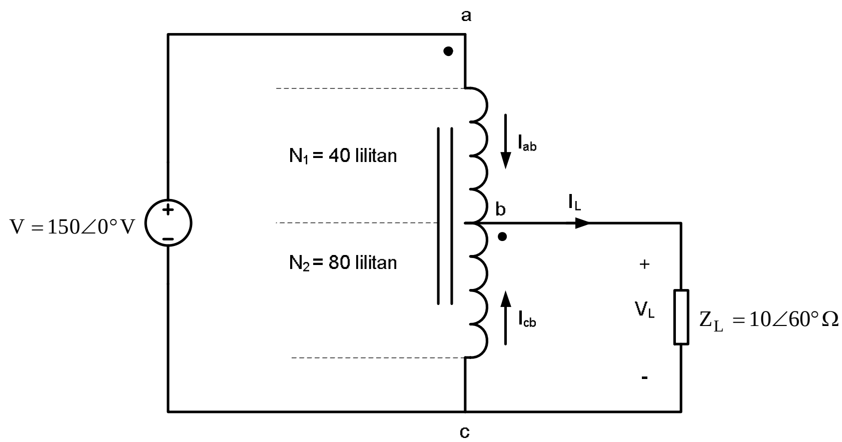
7. Hitunglah daya yang diberikan sumber pada R_2 pada rangkaian di bawah ini.



8. Pada rangkaian di bawah ini L_3 tidak tergandeng secara magnetik dengan L_1 dan L_2. Maka hitunglah I_1 ; I_2 dan I_s untuk ω = 1000 rad/detik.



9. Pada rangkaian autotransformator di bawah ini hitunglah V_L ; I_L dan I_{cb}.


a
N1 = 40 lilitan
Iab
b
IL
V = 150∠0° V
N2 = 80 lilitan
+
VL
Icb
ZL = 10∠60° Ω
-
c