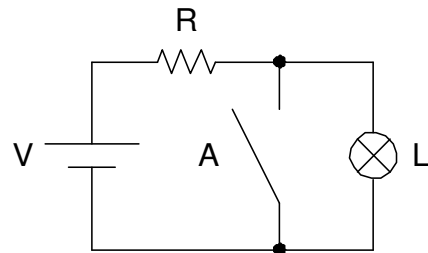


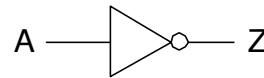
GERBANG dan ALJABAR BOOLE

Gerbang NOT

Berfungsi untuk membalik nilai masukan logika. Jika masukan = 0 maka keluaran = 1 dan sebaliknya.



Rangkaian ekuivalen



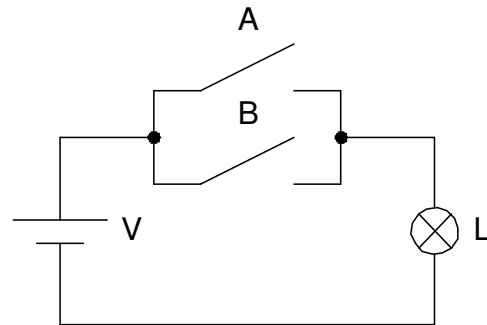
Simbol

A	Z
0	1
1	0

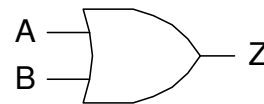
Tabel kebenaran

Gerbang OR

Berfungsi sebagai dua switch yang diparalel. Keluaran = 1 jika salah satu atau semua masukan = 1. Keluaran = 0 jika semua masukan = 0.



Rangkaian ekuivalen



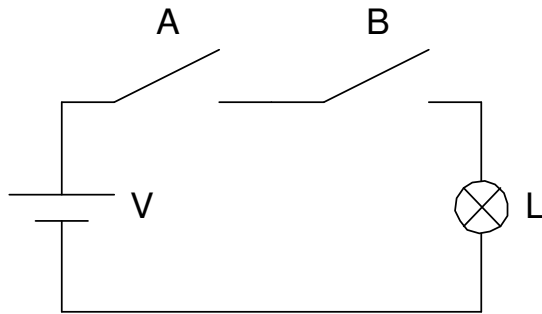
Simbol

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

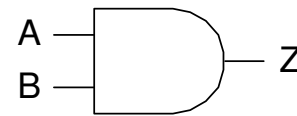
Tabel Kebenaran

Gerbang AND

Berfungsi sebagai dua buah switch yang diseri. Keluaran = 1 jika semua masukan = 1. Keluaran = 0 jika satu atau lebih keluaran = 0.



Rangkaian ekuivalen



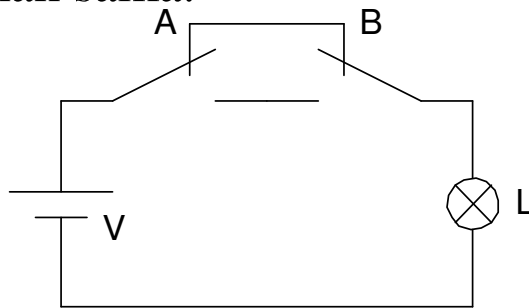
Simbol

A	B	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

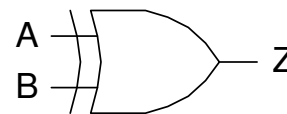
Tabel Kebenaran

Gerbang Exor

Keluaran = 1 jika nilai masukan berbeda. Keluaran = 0 jika nilai masukan sama.



Rangkaian ekuivalen



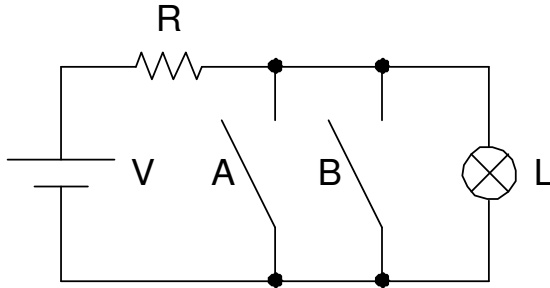
Simbol

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

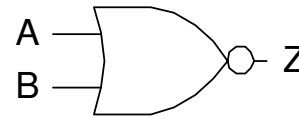
Tabel Kebenaran

Gerbang NOR

Keluaran = 0 jika salah satu masukan = 1. Keluaran = 1 jika semua masukan = 0.



Rangkaian ekuivalen



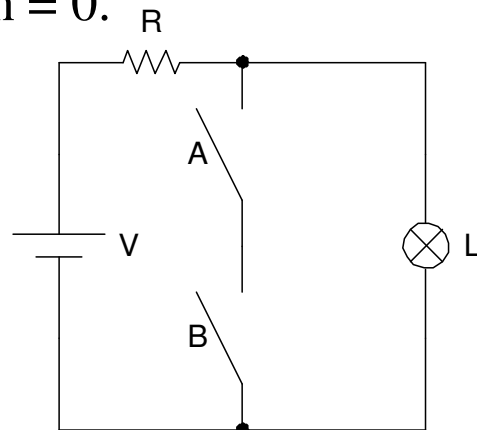
Simbol

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

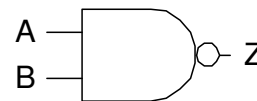
Tabel Kebenaran

Gerbang NAND

Keluaran = 0 jika semua masukan = 1. Keluaran = 1 jika salah satu masukan = 0.



Rangkaian ekuivalen



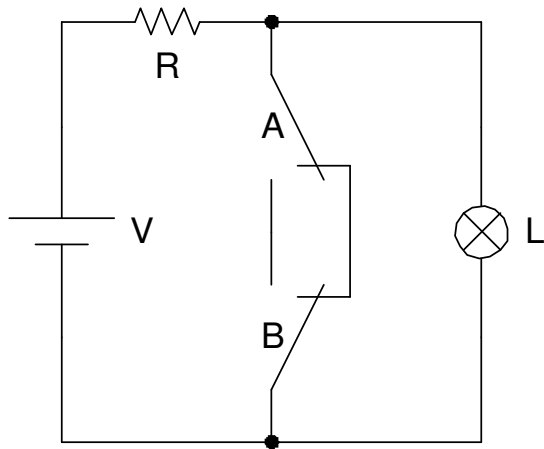
Simbol

A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

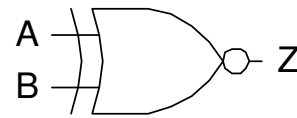
Tabel Kebenaran

Gerbang EXNOR

Keluaran = 0 jika nilai masukan sama



Rangkaian ekuivalen



Simbol

A	B	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel
Kebenaran

Teorema dan Hukum Dasar Aljabar Boole

$$X + 0 = X$$

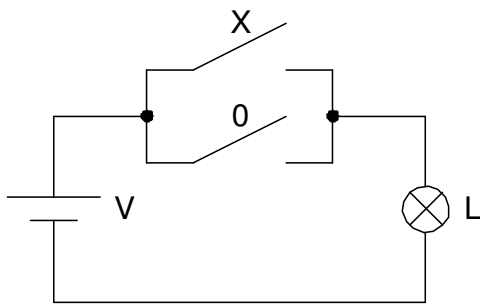
$$X \cdot 0 = 0$$

$$X + 1 = 1$$

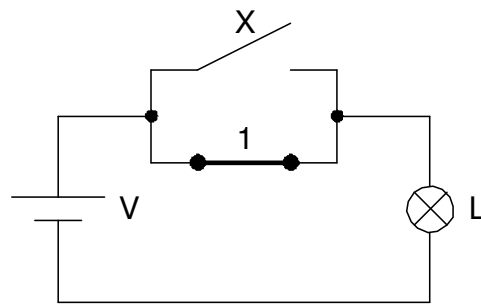
$$X \cdot 1 = X$$

$$X + X = X$$

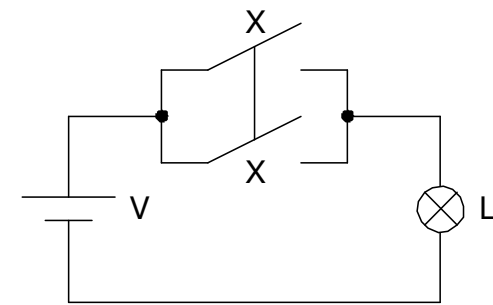
$$X \cdot X = X$$



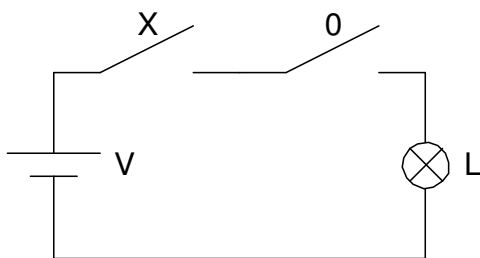
$$L = X + 0 = X$$



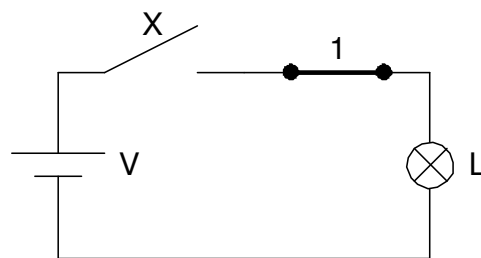
$$L = X + 1 = 1$$



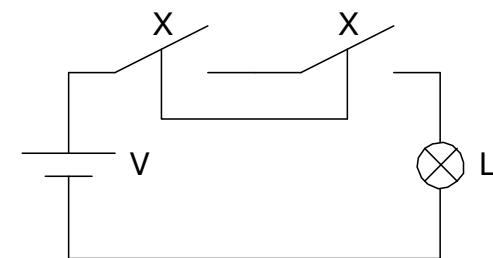
$$L = X + X = X$$



$$L = X \cdot 0 = 0$$



$$L = X \cdot 1 = X$$



$$L = X \cdot X = X$$

$$\begin{aligned} &= \\ \overline{\overline{X}} &= X \\ X + \overline{\overline{X}} &= 1 \\ X \cdot \overline{\overline{X}} &= 0 \end{aligned}$$

Hukum Kumulatif

$$XY = YX$$

$$X + Y = Y + X$$

Hukum Asosiatif

$$(XY)Z = X(YZ)$$

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$$

Hukum Distributif

$$X(Y + Z) = XY + XZ$$

$$X + YZ = (X + Y)(X + Z)$$

Hukum de Morgan

$$\overline{\overline{X + Y}} = \overline{\overline{X}} \cdot \overline{\overline{Y}}$$

$$\overline{\overline{X \cdot Y}} = \overline{\overline{X}} + \overline{\overline{Y}}$$

Penyederhanaan fungsi Boole secara aljabar

Dapat dilakukan dengan cara :

- Aljabar
- Pemetaan
- Tabulasi

Cara aljabar dilakukan dengan menggunakan rumus-rumus dasar berikut.

Tabel 2.1. Rumus-rumus dasar aljabar Boole.

1. Operasi dengan 0 dan 1	$x + 0 = x$ $x \cdot 0 = 0$ $x + 1 = 1$ $x \cdot 1 = x$
2. Hukum Idempoten	$x + x = x$ $x \cdot x = x$
3. Hukum Involusi	$\overline{\overline{x}} = x$
4. Hukum Komplement	$x + \overline{x} = 1$ $x \cdot \overline{x} = 0$
5. Hukum Komutatif	$x + y = y + x$ $x \cdot y = y \cdot x$
6. Hukum Asosiatif	$(x+y)+z = x+(y+z) = x+y+z$ $(xy)z = x(yz) = xyz$
7. Hukum Distributif	$x(y+z) = xy+xz$ $x+yz = (x+y)(x+z)$

$$XY + X\bar{Y} = X(Y + \bar{Y}) = X.1 = X \quad (2.11)$$

$$X + X\bar{Y} = X(1 + \bar{Y}) = X.1 = X \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} (X+Y)(X+\bar{Y}) &= X.X + X(Y+\bar{Y}) + Y.\bar{Y} \\ &= X + X.1 + 0 = X + X \\ &= X \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} X(X+Y) &= X + XY = X.1 + XY = X(1+Y) \\ &= X \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} (X+\bar{Y})Y &= XY + \bar{Y}Y \\ &= XY \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} X\bar{Y} + Y &= (X+Y)(\bar{Y} + Y) \quad (\text{hukum distributif}) \\ &= X + Y \end{aligned} \quad (2.16)$$

Penyajian fungsi Boole

Sukumin atau Minterm merupakan perkalian (operasi AND) dari sejumlah variabel (peubah). Jika ada dua variabel (mis. A dan B) maka maksimum ada empat minterm, yaitu : $\overline{A}\overline{B}$ $\overline{A}B$ $A\overline{B}$ $A.B$

Ekspansi Sukumin adalah merupakan jumlah dari sukumin-sukumin yang memberikan nilai benar (logika-1). Contoh :

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1 ←
0	1	0	0
0	1	1	1 ←
1	0	0	1 ←
1	0	1	0
1	1	0	1 ←
1	1	1	0

$f = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

$f = \sum m(1,3,4,6)$

Tabel 2.2. Rumus-rumus Tambahan Boole.

1. Teorema penyederhanaan:	$x y + x \bar{y} = x$ $x + x y = x$ $(x + \bar{y}) y = x y$ $(x+y)(x+\bar{y}) = x$ $x (x+\bar{y}) = x$ $x\bar{y} + y = x + y$
2. Hukum de Morgan:	$\overline{x + y + z + \dots} = \bar{x} \bar{y} \bar{z} \dots$ $\overline{x \cdot y \cdot z \cdot \dots} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \dots$
3. Teorema Konsensus:	$xy + yz + \bar{x}z = xy + \bar{x}z$ $(x+y)(y+z)(\bar{x}+z) = (x+y)(\bar{x}+z)$ $(x+y)(\bar{x}+z) = xz + \bar{x}y$
4. Dualitas	$(x + y + z + \dots)^D = x y z$ $(x y z \dots)^D = x + y + z + \dots$ $[f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, 0, 1, +, \cdot)]^D = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, 0, 1, +, \cdot)$

A	B	C	f	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$f = \sum m(1,3,4,6)$
0	1	0	0	
0	1	1	1	$= \prod M(0,2,5,7)$
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	

Gambar 2.8. Tabel kebenaran untuk memperoleh fungsi dalam bentuk ekspansi sukumin dan sukumax.

Ekspansi sukumin :

$$f = \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B \bar{C} + A \bar{B} \bar{C} + A B \bar{C}$$

yang diperoleh dari penjumlahan (peng-OR-an) suku-suku 001 (=1), 011 (=3), 100 (=4), dan 110 (=6) yang membuat $f = 1$. Fungsi ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} f &= m_1 + m_3 + m_4 + m_6 \\ &= \sum m (1,3,4,6) \end{aligned}$$

Ekspansi sukumax :

$$f = (A + B + C) (A + \bar{B} + C) (\bar{A} + B + \bar{C}) (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

yang diperoleh dari pengalian (peng-AND-an) suku-suku 000 (0), 010 (2), 101 (5), dan 111 (7) yang membuat $f = 0$. Fungsi ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} f &= M_0 M_2 M_5 M_7 \\ &= \prod M (0,2,5,7) \end{aligned}$$

Fungsi Tak Lengkap

Disebut tak lengkap jika ada satu atau lebih sukumin yang nilainya tidak terikat (boleh 0, boleh 1) karena tidak mungkin terjadi. Sukumin ini ditandai dengan x pada tabel kebenaran.

$y = \sum m(0,3,7) + \sum d(1,6)$, dengan d menunjukkan sukumin "abaikan" (don't care).

A	B	C	y
0	0	0	1
0	0	1	x
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	x
1	1	1	1

Gambar 2.9. Tabel kebenaran fungsi tak lengkap.

$$y = \sum m(0,3,7) + \sum d(1,6)$$

$$\begin{aligned}
 y &= m_0 + m_3 + m_7 \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} B C + A B C = \bar{A} \bar{B} \bar{C} + B C
 \end{aligned}$$

2. Semua x kita anggap 1.

$$\begin{aligned}
 y &= m_0 + m_1 + m_3 + m_6 + m_7 \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B C + A \bar{B} C + A B C \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B C + A B C + A \bar{B} C + A B C \\
 &= \bar{A} \bar{B} (\bar{C} + C) + (\bar{A} + A) B C + A C (\bar{B} + B) = \bar{A} \bar{B} + B C + A C
 \end{aligned}$$

3. Untuk m_1 kita pilih $x=1$ dan untuk m_6 kita pilih $x=0$.

$$\begin{aligned}
 y &= m_0 + m_1 + m_3 + m_7 \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B C + A B C = \bar{A} \bar{B} + B C
 \end{aligned}$$

4. Untuk m_1 kita pilih $x=0$ dan untuk m_6 kita pilih $x=1$.

$$\begin{aligned}
 y &= m_0 + m_3 + m_6 + m_7 \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} B C + A B \bar{C} + A B C \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + \bar{A} B C + A B C + A B \bar{C} + A B C \\
 &= \bar{A} \bar{B} \bar{C} + B C + A B
 \end{aligned}$$