

# Nonsingularity

$$Ax = d$$

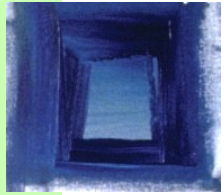
$$x = A^{-1}d$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det.A} \text{adj}.A$$

Sebuah sistem persamaan akan mempunyai solusi apabila matriksnya mempunyai nilai inverse/ non singular

Hanya matriks persegi (square) yang dapat mempunyai inverse. Akan tetapi tidak semua square matrix mempunyai inverse.

Dengan kata lain, squareness condition merupakan kondisi necessary (perlu) tetapi belum sufficient (cukup)



# Kondisi Necessary dan Sufficient

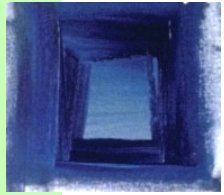
Necessary condition

$$p \Rightarrow q$$

P only if q; p hanya benar jika q benar

Misal: p= seorang ayah q = seorang laki-laki

Seseorang hanya bisa menjadi ayah jika laki-laki



# Kondisi Necessary dan Sufficient

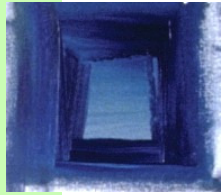
Sufficient condition

$$p \Leftarrow q$$

P if q; p benar jika q benar, tetapi p dapat tetap benar walaupun q tidak benar

Misal: p = Berangkat ke Jakarta ; q = naik pesawat

Orang dapat berangkat ke Jakarta dengan menggunakan pesawat. Tetapi orang tetap dapat berangkat ke Jakarta walaupun tidak dengan pesawat (kapal atau mobil)



# Kondisi Necessary dan Sufficient

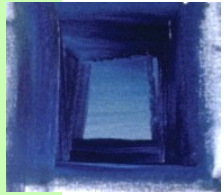
Necessary dan Sufficient condition

$$p \Leftrightarrow q$$

P if and only if q; p benar jika q benar, dan sebaliknya

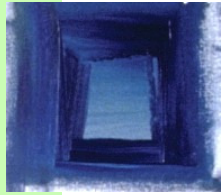
Misal: p = kurang dari 30 hari dalam sebulan ; q = bulan Februari

Hanya bulan Februari yang mempunyai jumlah hari kurang dari 30. Untuk mendapatkan kurang dari 30 hari dalam sebulan haruslah bulan Februari



## Kondisi untuk nonsingularity

- Necessary condition: squareness
  - Jumlah persamaan sama dengan jumlah parameter yang akan dicari
- Sufficient condition: linearly independent rows/columns



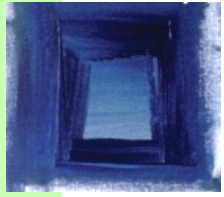
## Contoh

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v'_1 \\ v'_2 \\ v'_3 \end{pmatrix}$$

Perhatikan baris 1 dan 3

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 10 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$
$$v'_1 = 2v'_3$$

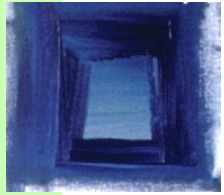
Baris 3 dapat dinyatakan dalam hubungan linear dengan baris 1. Dengan kata lain, matriks A tidak linearly independent



# Mengapa linearly independent rows menjadi sufficient condition?

$$Ax = d$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$



$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = d_1$$

$$x_2 + 2x_3 = d_2$$

$$6x_1 + 8x_2 + 10x_3 = d_3$$

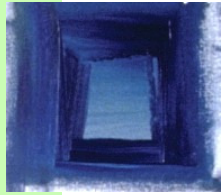
Jika dilakukan eliminasi, maka baris 1 dan 3 akan saling menghilangkan, menyisakan 1 persamaan untuk mencari 3 parameter. Solusi untuk parameter akan berupa persamaan, sehingga jumlah solusi tidak unik/ infinite

$$(6 \quad 8 \quad 10) = 2(3 \quad 4 \quad 5)$$

$$v'_1 = 2v'_3$$

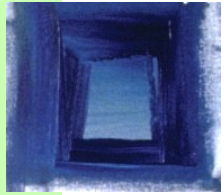
Jika  $v_1=2v_3$ , maka seharusnya  $d_1=2d_3$ , jika tidak maka solusinya menjadi tidak konsisten, yang berarti tidak ada solusi





# Kondisi-kondisi untuk Nonsingularity

$ A $		$d$	$d \neq 0$	$d = 0$
		$ A  \neq 0$	The solution is unique and $\bar{x} \neq 0$	The solution is unique and $x = 0$
$ A  = 0$	Equations dependent	An infinite number of solutions and $\bar{x} \neq 0$	There is an infinite number of solutions	
	Equations inconsistent	No solution exists	[Not applicable]	



# Exponensial dan logaritma

- Eksponen yang konstan

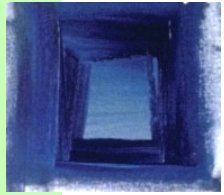
$$y = x^3 \qquad y = x^5$$

- Eksponen yang variabel

$$y = 3^x \qquad y = 5^x$$

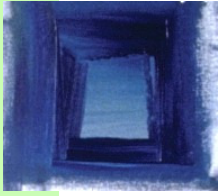
- Bentuk umum

$$y = f(t) = b^t$$



## Contoh pemakaian logaritma dalam persoalan ekonomi

- Fungsi produksi
- Fungsi pertumbuhan



## CHAPTER 10 Aggregate Demand I



# Aturan derivative

- Eksponensial

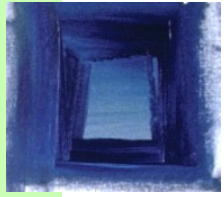
$$\ln x = y \Leftrightarrow e^y = x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

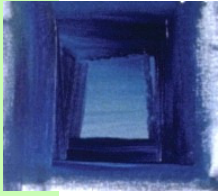
$$(e^{u(x)})' = (e^{u(x)}) \cdot u'(x)$$

$$(\ln u(x))' = \frac{u'(x)}{u(x)}; u(x) > 0$$

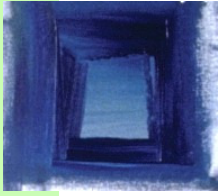


## Optimisasi dengan batasan pertidaksamaan (Optimization with inequality constraints)

- Nonnegativity restrictions



## CHAPTER 10 Aggregate Demand I



- Maximise

$$f(x, y)$$

- Subject to

$$g(x, y) \leq b$$

- Lagrangian

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda[g(x, y) - b]$$



